Учреждение образования «Республиканский институт контроля знаний»

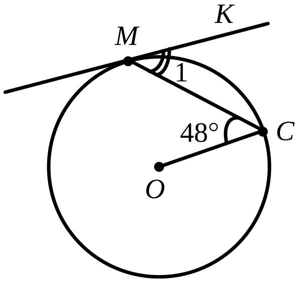
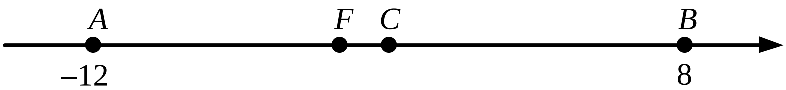
ДРТ–2021 г.

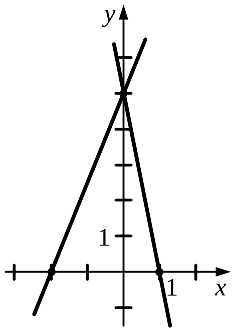
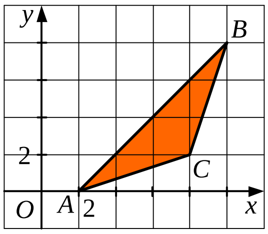
Математика

Вариант содержит 32 *задания и состоит из части* А *(*18 *заданий) и части* В *(*14 *заданий). На выполнение всех заданий отводится* 180 *минут. Не разрешается пользоваться калькулятором! Будьте внимательны! Желаем успеха!*

Часть А

В каждом задании части А*, за исключением заданий* А12 *и* А16*, **только один** из предложенных ответов является верным. В заданиях* **А12** *и* **А16** *может быть **два и более** правильных ответа. В бланке ответов под номером задания поставьте метку (×) в клеточке, соответствующей номеру выбранного Вами ответа.*

А1	Плинтус разрезали на два куска длинами 20 дм и $1\frac{1}{2}$ м. Какую часть составляет меньший кусок от большего?	1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{7}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{2}{5}$.
А2	Среди чисел $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{2}$; 5π; $\frac{5\pi}{6}$ выберите то, которое НЕ принадлежит области определения функции $y = 2\operatorname{tg} x$.	1) $\frac{5\pi}{4}$; 2) $\frac{5\pi}{3}$; 3) $\frac{5\pi}{2}$; 4) 5π; 5) $\frac{5\pi}{6}$.
А3	Запишите выражение $8^{5n} : 8^{2n-5}$ в виде степени с основанием 2.	1) 2^{3n-5}; 2) 2^{9n-15}; 3) 2^{9n+5}; 4) 2^{9n-5}; 5) 2^{9n+15}.
А4	Укажите номер неравенства, равносильного неравенству $b < 3$. **1)** $12-4b>0$; **2)** $3b-9>0$; **3)** $(b-3)(4-b)>0$; **4)** $\frac{3-b}{b-4}>0$; **5)** $\frac{-7}{6-2b}>0$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А5	К окружности с центром в точке O проведена касательная KM (M – точка касания). Отрезок MC – хорда, которая образует с радиусом окружности угол, равный 48° (см. рис.). Найдите градусную меру угла 1.  	1) 24°; 2) 45°; 3) 48°; 4) 42°; 5) 84°.
А6	Числа изображены точками на координатной прямой. Точка C – середина отрезка AB. Точка F делит отрезок AC в отношении $5:1$, считая от точки A. Найдите длину отрезка FB.  	1) $10\frac{2}{3}$; 2) $8\frac{1}{3}$; 3) $11\frac{2}{3}$; 4) $9\frac{3}{4}$; 5) $12\frac{1}{4}$.
А7	Альбом стоил 18 руб. После подорожания он стал стоить 23 руб. 40 коп. На сколько процентов подорожал альбом?	1) 30 %; 2) 25 %; 3) 19 %; 4) 23 %; 5) 32 %.

А8	В корзине лежат булочки двух видов. Отношение количества булочек первого вида к количеству булочек второго вида составляет $3:4$. Среди чисел 24; 52; 39; 48; 35 выберите то, которое может выражать общее количество булочек в корзине.	1) 24; 2) 52; 3) 39; 4) 48; 5) 35.
А9	Укажите номер системы уравнений, геометрическая интерпретация которой представлена на рисунке. **1)** $\begin{cases} 5x+y=5, \\ 5y-2x=5; \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 5x-y=5, \\ 2y-5x=5; \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} 5x+y=5, \\ 2y-5x=10; \end{cases}$ **4)** $\begin{cases} 5x-y=5, \\ 2y+5x=10; \end{cases}$ **5)** $\begin{cases} 5x-y=5, \\ 5y+2x=10. \end{cases}$  	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А10	На координатной плоскости изображен треугольник ABC с вершинами в узлах сетки (см. рис.). Найдите площадь треугольника ABC.  	1) 8; 2) 16; 3) 32; 4) 4; 5) 18.
А11	Составьте формулу для нахождения объема V конуса, если известно, что длина окружности основания конуса равна πa, а его высота в 2 раза больше диаметра основания.	1) $V=\frac{\pi a^3}{12}$; 2) $V=\frac{\pi a^3}{2}$; 3) $V=\frac{a^3}{6}$; 4) $V=\frac{\pi a^3}{6}$; 5) $V=6\pi a^3$.
А12	Укажите номера функций, которые возрастают на промежутке $[-10;8]$. **1)** $y=-1,3+9,5x$; **2)** $y=0,3^{x-15}$; **3)** $y=(x-8)^2-10$; **4)** $y=x^5$; **5)** $y=x^{\frac{1}{2}}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А13	Длина стороны треугольника равна 5, а косинус противолежащего ей угла равен $\frac{2\sqrt{6}}{7}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.	1) 7; 2) 3,5; 3) $\frac{7\sqrt{6}}{6}$; 4) 1,75; 5) $\frac{35\sqrt{6}}{24}$.
А14	Найдите произведение наименьшего целого решения на количество всех целых решений неравенства $\left\|x^2+8x-20\right\|<13$.	1) –40; 2) –50; 3) –36; 4) –45; 5) –52.
А15	Из вершины большего угла треугольника, длины сторон которого равны 5, 6 и 7, проведен перпендикуляр к плоскости этого треугольника длиной $12\sqrt{6}$. Найдите расстояние от его конца, не лежащего в плоскости треугольника, до большей стороны треугольника.	1) $16\sqrt{6}$; 2) $\frac{48\sqrt{22}}{7}$; 3) $\frac{144\sqrt{3}}{7}$; 4) $\frac{120\sqrt{3}}{7}$; 5) $20\sqrt{2}$.

A16	Среди данных утверждений укажите номера верных. **1)** Любое действительное число является корнем уравнения $4(2x-3)=8x$; **2)** корни уравнения $\frac{2x^2-5x+2}{\lvert 9x-13\rvert}=0$ являются взаимно обратными числами; **3)** число 169 является корнем уравнения $\log_{13} x=2$; **4)** уравнения $x^2-49=0$ и $x^2-7x=0$ равносильны; **5)** корни уравнения $\lvert x\rvert-\sqrt{15}=0$ являются противоположными числами.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A17	Прямая $y=kx$ проходит через точку пересечения прямых $y=4x-11$ и $y=7x+22$. Найдите число k.	1) -11; 2) -5; 3) 11; 4) 7; 5) 5.
A18	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Точка M – середина ребра A_1B_1, точка L взята на ребре BB_1 так, что $BL:LB_1=2:3$, точка O – середина отрезка A_1C_1. Через точки M, L и O проведена плоскость. Найдите значение выражения $3\cdot N$, где N – число, показывающее, в каком отношении проведенная плоскость делит объем куба, если известно, что $N>1$.	1) 7; 2) 9; 3) 18; 4) 17; 5) 20.

Часть В

Ответы, полученные при выполнении заданий части В*, запишите в бланке ответов. Каждую цифру и знак минуса (если число отрицательное) пишите в отдельной клеточке (начиная с первой) по образцам, указанным в бланке. В заданиях* **B4–B14** *ответом должно быть некоторое целое число.*

B1

Установите соответствие между выражением А–В и естественной областью определения этого выражения 1–6.

Выражение	Естественная область определения выражения
А) $\frac{\lvert x-3\rvert}{3}$	1) $(-\infty;+\infty)$
Б) $\log_3(x-3)$	2) $(3;+\infty)$
В) $\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2+3}$	3) $(-\infty;-3)$
	4) $(-3;3)$
	5) $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$
	6) $[-3;3]$

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Например: **А1Б1В4**.

B2

Выберите три верных утверждения, если известно, что $\sin\alpha=\frac{5}{7}$ и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Ответ запишите цифрами (порядок записи цифр не имеет значения). Например: **235**.

1	$\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{6}}{7}$
2	$\sin 2\alpha=\frac{20\sqrt{6}}{49}$
3	$\operatorname{tg}\alpha=-\frac{5\sqrt{6}}{12}$
4	$\cos 2\alpha=-\frac{1}{49}$
5	$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{5}$
6	$\sin^2\alpha+\cos\alpha=1$

B3

Для начала каждого из предложений А–В подберите его окончание 1–6 так, чтобы получилось верное утверждение.

Начало предложения	Окончание предложения
А) Если высота цилиндра равна $4\sqrt{6}$, а радиус его основания в 4 раза меньше высоты, то объем цилиндра равен …	1) 18.
Б) Если площадь осевого сечения цилиндра равна 24, то площадь его боковой поверхности равна …	2) 24.
В) Если металлический цилиндр с площадью основания 24 переплавлен в конус, высота которого в 4 раза больше высоты цилиндра, то площадь основания конуса равна …	3) $24\sqrt{6}\pi$.
	4) 48π.
	5) 24π.
	6) $16\sqrt{6}\pi$.

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Например: **А1Б1В4**.

B4

На соревнованиях по стрельбе за попадание в цель начисляется 5 очков, а за промах – снимается 3 очка. Определите, какое наименьшее количество раз необходимо попасть в цель с 10 попыток, чтобы набрать не менее 21 очка.

B5

Найдите значение выражения $\left(\dfrac{24}{\sqrt{15}-\sqrt{3}}+\dfrac{50}{\sqrt{13}+\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{15}-\sqrt{13}}+2\sqrt{3}\right):\dfrac{3\sqrt{13}+\sqrt{3}}{120+6\sqrt{39}}.$

B6

В треугольнике ABC на стороне AB взята точка M, а на стороне AC – точка K так, что $AM:MB=2:1$, $AK:KC=1:3$ и треугольник AMK равносторонний. Найдите S – площадь треугольника ABC, если $BC=21$. В ответ запишите значение выражения $S:\sqrt{3}$.

B7

Найдите сумму всех чисел x и y, для которых три числа x, y, -8 являются последовательными членами арифметической прогрессии, а три числа -36, x, y – последовательными членами геометрической прогрессии.

B8

Найдите произведение наименьшего целого числа на количество всех целых чисел из области определения функции $y=\dfrac{2021}{\sqrt{37\cdot 2^x-12\cdot 4^x-3}}$.

B9

Найдите количество различных корней уравнения $\operatorname{tg}8x-\operatorname{ctg}8x=\dfrac{2\cos^2 16x}{\sin 16x}$ на промежутке $[0;\,2\pi]$.

B10

Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с гипотенузой 14 и острым углом, синус которого равен $\dfrac{1}{7}$. Через гипотенузу нижнего основания и вершину прямого угла верхнего основания проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол, косинус которого равен $\dfrac{3\sqrt{3}}{7}$. В ответ запишите значение выражения $6\cdot S$, где S – площадь полученного сечения.

B11

Найдите увеличенную в пять раз сумму корней уравнения $\sqrt{16+2x\sqrt{16-x^2}}=12-2x$.

B12

Найдите сумму корней (корень, если он единственный) уравнения $\dfrac{\sqrt{x-5}\left(\log_4(x-4)-6\log_{(x-4)}4-1\right)}{x^4+x^2-20}=0.$

B13

Из пунктов A и B, находящихся друг от друга на расстоянии $\sqrt{43}$ м, равномерно и прямолинейно движутся в пункт C две точки. Скорость первой точки равна 1 м/с, скорость второй – 0,5 м/с. Найдите сумму расстояний AC и BC в метрах, если известно, что первая точка прибыла в пункт C на 5 секунд раньше второй и угол ACB равен $60°$.

B14

В основании пирамиды $MABCD$ лежит трапеция $ABCD$ $(BC\parallel AD)$, у которой $AB=CD=2\sqrt{10}$, $BC=2\sqrt{5}$, $AD=6\sqrt{5}$. Сфера касается плоскости основания пирамиды в точке H и прямых MA, MB, MC, MD. Центр сферы и точка M лежат по разные стороны от плоскости основания пирамиды. Найдите площадь сферы S, если объем пирамиды $MABCD$ равен $\dfrac{320\sqrt{13}}{3}$. В ответ запишите значение выражения $\dfrac{S}{\pi}$.