

1. а) Длину прямоугольника увеличили в два раза, а ширину — в 3 раза. Во сколько раз увеличилась площадь прямоугольника?
б) В аквариум помещается 50 литров воды. Сколько литров воды поместится в аквариуме, если его длину, ширину и высоту увеличить в 2 раза?
2. На пруду росла кувшинка. Каждый день число кувшинок увеличивалось в два раза, и через 100 дней пруд полностью зарос.
а) На какой день пруд зарос кувшинками наполовину?
б) Если бы изначально на пруду росло четыре кувшинки, то на какой день он бы полностью зарос?
3. Вместо каждой отрубленной головы у Змея Горыныча вырастает три других. Сейчас у Змея Горыныча 27 голов. Сколько голов у него отрубили, если изначально голова была одна?
4. Вдоль аллеи растут десять сосен. Высота первой сосны — 15 метров, второй — 16 метров, третьей — 17 метров и т. д. Каждая из них вырастает на 90 сантиметров в год. Как только сосна достигает высоты 30 метров, её срубают. Сколько сосен останется через 9 лет?
5. Трава весной растёт в два раз быстрее, чем осенью, летом — в три раза быстрее, чем осенью, а зимой вообще не растёт. На сколько сантиметров трава вырастет за 3 года, если весной она растёт на 2 сантиметра в месяц?
6. Когда в 9:00 на станцию прибыл поезд, на ней было 200 человек. Поезда приходят каждые 5 минут, и за это время на станцию заходят ещё 50 человек. В какое время на станции не останется людей, если в каждый поезд заходит по 75 человек (временем, за которое люди заходят в поезд, можно пренебречь)?
7. Вовочка собирает пазл, соединяя по 4 детали (любого размера) за 10 секунд. Сколько деталей в пазле, если Вовочка собрал его за три с половиной минуты?
8. Маша печёт фигурное печенье очень сложной формы. У неё есть квадратные листы теста, из одного листа можно вырезать одно печенье. Из теста, оставшегося после вырезаний трёх печений, можно раскатать ещё один квадратный лист теста.
а) Сколько печений можно сделать из 9 листов теста?
б) А из 14-ти?
в) Сколько нужно взять листов теста, чтобы получить 40 печений?
9. Спортсмен пробежал 3 километра, причём его скорость на каждом следующем километре была в два раза больше, чем на предыдущем. Сколько времени занял бег, если начальная скорость спортсмена — 5 километров в час?
10. В саду растут розы и тюльпаны. У каждой розы 5 лепестков, а у каждого тюльпана — 6. Сколько роз и тюльпанов может расти в саду, если всего у них 41 лепесток (перечислить все возможные случаи)?

0. [На разбор] На доске было нарисовано 7 треугольников. Каждый из 33 учеников, заходя в класс, либо стёр уже нарисованный треугольник, либо нарисовал новый. Мог ли в конце остаться только один треугольник?

1. Путешествуя по лесу, Белый Рыцарь изобрёл новый способ перелезания через калитку. Он нашёл сад с закрытой калиткой, окружённый забором, и стал проверять этот способ. Вернувшись в лес, Белый Рыцарь заявил, что ему удалось перелезть через калитку 25 раз. Докажите, что он ошибся.

2. Вовочка задумал число, несколько раз прибавил к нему 28 и несколько раз отнял 16. Затем он отнял из получившегося числа первоначально задуманное и получил 33. Докажите, что Вовочка ошибся.

3. В классе 18 мальчиков и 15 девочек. Каждый мальчик, заходя в класс, записал на доске число 4 или 6, а каждая девочка — число 5 или 8. Сумма всех записанных на доске чисел оказалась чётной. Докажите, что хотя бы одна девочка записала число 8.

4. 2021 представитель четырёх рас (люди, гномы, эльфы и гоблины) водят хоровод, держась за руки. Люди недолюбливают гоблинов, поэтому они в хороводе не стоят рядом. Эльфы и гномы тоже недолюбливают друг друга и не стоят рядом в хороводе. Докажите, что какие-то два представителя одной расы держатся за руки.

5. Каждый день температура воздуха повышается или понижается на один градус. Температура 1 февраля была 0 градусов.

а) Могла ли 1 января быть температура 0 градусов?

б) Могла ли 1 марта быть температура 0 градусов?

в) Могла ли 1 марта быть температура 5 градусов?

6. Лягушка прыгает по прямой. Она может прыгнуть на 15 или 19 сантиметров влево или вправо. Может ли лягушка продвинуться относительно изначального положения

а) на 101 сантиметр за 10 прыжков?

б) на 100 сантиметров за 9 прыжков?

в) на 160 сантиметров за 8 прыжков?

7. В подвале в ряд стоят сундучки с монетами, причём в каждом следующем сундучке на 25 монет больше, чем в предыдущем.

а) Может ли в 8 соседних сундучках лежать 925 монет?

б) Может ли в 7 соседних сундучках лежать 900 монет?

8. На доске были записаны два числа, отличающиеся на единицу. Каждый из учеников класса, заходя, добавлял по единице к одному из чисел. Потом полученные числа перемножили, от результата отняли 35 и получили число учеников в классе. Докажите, что это число нечётное.

9. Можно ли нарисовать на доске 15 отрезков так, чтобы никакие три отрезка не пересекались в одной точке и каждый из них пересекался

а) с одним другим отрезком?

б) с двумя другими отрезками?

в) с тремя другими отрезками?

10. Вдоль аллеи растёт 12 деревьев. На каждом следующем дереве растёт на 6 листьев больше, чем на предыдущем. Может ли в сумме на них расти

а) 935 листьев?

б) 300 листьев?

в) 2000 листьев?

- 0.** [На разбор] В классе 33 ученика. Каждый из них носит шапку или капюшон, причём 10 носят и то и другое. Сколько учеников носят капюшон, если шапку носят 28 учеников?
- 1.** На столе лежат два листа бумаги. Площадь каждого из них равна 600 см^2 , а вместе они накрывают 1050 см^2 стола. Какова площадь их пересечения?
- 2.** В классе 33 ученика. 27 из них изучают английский язык, и 10 — французский. Сколько учеников могут изучать и английский, и французский?
- 3.** Некоторым ученикам класса больше нравится корица, а некоторым — ириски, причём мальчиков, которым больше нравятся ириски, столько же, сколько девочек, которым больше нравится корица. Кого в классе больше: детей, которым больше нравится корица, или мальчиков?
- 4.** В классе 33 ученика. 20 из них состоят в музыкальном клубе, а 9 не состоят ни в каком клубе. Кроме того, одна девочка состоит сразу и в музыкальном, и в литературном клубе, а среди мальчиков таких нет. Сколько девочек в литературном клубе, если в нём всего один мальчик? (Клубов всего два, и в каждом из них состоят только ученики класса.)
- 5.** Среди монстров, живущих в подземелье, у 14 есть крылья, у 13 — рога, у 15 — хвост, у 6 — крылья и рога, у 5 — рога и хвост, у 7 — крылья и хвост. Кроме того, у двух монстров есть и крылья, и рога, и хвост, и ещё у двух нет ни крыльев, ни рогов, ни хвоста. Сколько всего монстров живёт в подземелье?
- 6.** В классе 33 ученика. На уроке им задали три задачи. Каждую задачу решили по 14 учеников. Каждую пару задач решили по 4 ученика. Кроме того, один ученик решил все три задачи. Сколько учеников не решило ни одной задачи?
- 7.** Каждый из учеников класса сочинил по два стихотворения разных жанров: хайку, сонет и акростих. Хайку сочинили 26 учеников, сонеты — 22, а акростихи — 18. Сколько учеников какие стихи сочинили?
- 8.** В клетке сидят 38 попугаев двух цветов: жёлтого и зелёного. 11 попугаев умеют петь, но не умеют говорить. Среди жёлтых попугаев 10 не умеют петь, а 3 умеют и петь и говорить. Среди зелёных попугаев говорить умеют только 9. Сколько зелёных попугаев не умеют ни петь, ни говорить?
- 9.** В классе 33 ученика. Каждый из них загадал натуральное число меньше ста, причём никакие два загаданных числа не совпали. 24 ученика загадали двузначные числа, среди которых 18 чётных. 10 девочек загадали нечётные числа, а 5 мальчиков загадали однозначные числа, причём один из них загадал число 7. Докажите, что один из мальчиков загадал число 4.
- 10.** Художник-минималист использовал для своих картин только три цвета: чёрный, красный и фиолетовый. Он выставил свою коллекцию на продажу и за все картины, в которых использован только один цвет, назначил одну и ту же цену, а за картины, в которых использовано несколько цветов, назначил цену в два раза меньше. При этом чёрный цвет встречается у него на большем числе картин, чем красный, а красный — на большем числе картин, чем фиолетовый. Может ли быть так, что цена всех картин с красным цветом больше цены всех картин с чёрным цветом, но меньше цены всех картин с фиолетовым цветом?

0. [На разбор] Между 8 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Меркурий — Венера, Земля — Марс, Юпитер — Сатурн, Уран — Нептун, Меркурий — Марс, Венера — Земля, Юпитер — Нептун, Сатурн — Уран, Меркурий — Земля, Сатурн — Нептун.

а) Можно ли добраться от Марса до Юпитера?

б) Сколько пар планет не связано маршрутами?

1. В государстве 8 городов, и из каждого выходит по 3 дороги (каждая дорога соединяет два города).

а) Сколько всего дорог в государстве?

б) Может ли быть так, что из одного города нельзя добраться до другого по дороге?

2. В 10 классе 12 человек, а в 11 классе — 10. Собравшись все вместе, они могут поздороваться тремя различными способами:

а) каждый жмёт руку каждому;

б) каждый из 10 класса жмёт руку каждому из 11 класса;

в) каждый жмёт руку каждому из своего класса.

Сколько всего рукопожатий будет сделано в каждом случае?

3. Можно ли построить шесть домов и соединить их прямыми дорогами так, чтобы каждые два дома соединяла дорога и число перекрёстков было не больше трёх (три дома не могут стоять на одной дороге; каждый перекрёсток — пересечение двух дорог)?

4. Вовочка нашёл 9 разных ботинок и, чтобы они не потерялись, решил связать их шнурки. У Вовочки это получилось, и теперь к каждому ботинку привязаны два других ботинка. Затем Вовочка каждую группу ботинок повесил на свой столб. Сколько столбов могло быть занято, и сколько ботинок на них висит? Перечислите все возможные варианты.

5. В стену забито 6 гвоздей, на которых подвешено 10 верёвок (конец каждой верёвки подвешен за один из гвоздей). Может ли быть так, что

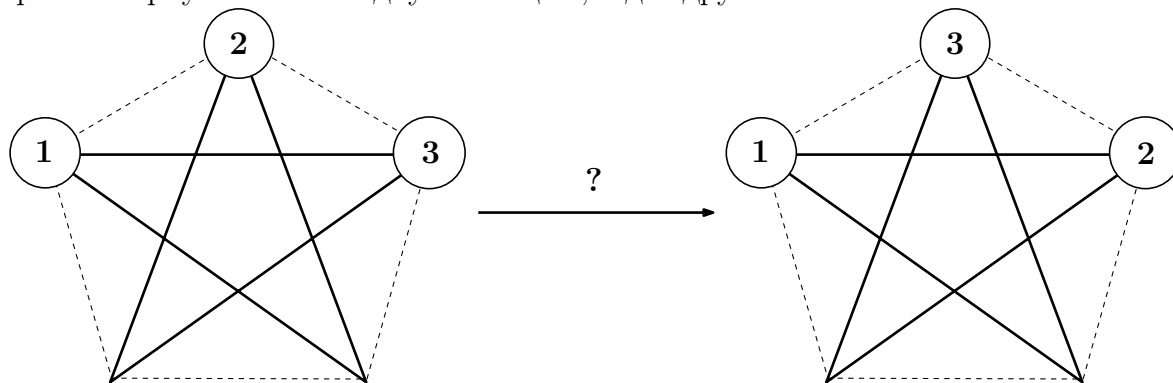
а) на одном из гвоздей не висит ни одной верёвки?

б) на 3 гвоздях не висит ни одной верёвки?

в) на 5 гвоздях не висит ни одной верёвки?

6. В классе 33 человека. Каждый мальчик в классе дружит с 5 девочками, а каждая девочка — с 6 мальчиками. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

7. В трёх вершинах пятиугольника расположены фишки. Разрешается передвигать любую фишку по диагонали в свободную вершину. Можно ли такими передвижениями добиться того, чтобы одна фишка вернулась на исходную позицию, а две других поменялись местами?



8. Джараксус сказал, что архипелаг «Расколотые острова» в сумме насчитывает 25 островов, а Рагнарос сказал, что каждый из островов этого архипелага соединён мостами с тремя другими. Докажите, что кто-то из них ошибся.

9. Можно ли записать в ряд числа от 0 до 9 так, чтобы сумма любых двух соседних чисел делилась на 5, 7 или 13?

10. Во дворце 100 дверей, для которых есть набор из 21 ключа, причём каждую дверь можно открыть ровно 4 ключами. Докажите, что одним из ключей можно открыть хотя бы 20 дверей.

0. [На разбор] Белый Король, который всегда говорит правду, заявил, что он послал на помощь Шалтаю-Болтаю 4207 солдат. Он также сказал, что среди этих солдат больше тех, которые бегут, чем тех, которые едут на коне. Обязательно ли верны следующие утверждения?

- а) Белый Король послал на помощь Шалтаю-Болтаю больше 4000 солдат, некоторые из которых бегут.
- б) Белый Король послал на помощь Шалтаю-Болтаю хотя бы одного солдата, который едет на коне.
- в) Белый Король послал на помощь Шалтаю-Болтаю более 2000 бегущих солдат.

1. Белый Король всегда говорит правду, а Чёрный Король всегда врёт. Кому из них могут принадлежать следующие утверждения?

- а) Я — Белый Король.
- б) Если у Белого Короля спросить, кто я, то он ответит «Чёрный Король».
- в) Белый Король сказал, что я Чёрный Король.

2. Белый Король всегда говорит правду, а Чёрный Король всегда врёт. Приведите пример вопроса, на который они оба

- а) дадут разные ответы;
- б) дадут одинаковые ответы;
- в) могут дать и разные, и одинаковые ответы.

3. Траляля рассказал Алисе историю про Моржа и Плотника. Труляля на каждое утверждение Траляля высказывал противоположное по смыслу утверждение (таким образом, в каждой паре их утверждений всегда верно ровно одно утверждение независимо от того, как на самом деле развивалась история). При этом Труляля не использовал слова «не», «ни» и «нет». Например, на фразу Траляля «На небе не было звёзд» Труляля возразил: «На небе была хотя бы одна звезда». Как мог возразить Труляля на следующие утверждения Траляля?

- а) Морж съел больше устриц, чем Плотник.
- б) Каждый из них съел не меньше шести устриц.
- в) На каждой устрице, которую съел Плотник, не было башмачков.

4. Труляля сказал, что Траляля всегда говорит правду, а Траляля сказал, что Труляля всегда врёт. Обязательно ли верны следующие утверждения?

- а) Труляля соврал.
- б) Траляля соврал.
- в) Траляля не всегда говорит правду.

5. Белый Король всегда говорит правду, а Чёрный Король всегда врёт. Они сказали четыре утверждения (каждый по два).

- 1. У Бармаглота есть хвост, но нет крыльев.
 - 2. У Бармаглота есть крылья и рога.
 - 3. У Бармаглота есть рога, но нет крыльев.
 - 4. У Бармаглота есть хвост и рога.
- Есть ли у Бармаглота крылья, рога, хвост?

6. Среди братьев ЛЯЛЯ (Труляля и Траляля) один всегда говорит правду, а второй всегда врёт. Алиса задала одному из них вопрос, может ли другой назвать его Труляля, и получила ответ «нет». Кому Алиса задала вопрос?

7. Белый Король всегда говорит правду, Чёрный Король всегда врёт, а Шалтай-Болтай иногда говорит правду, а иногда врёт. Каждый из них сказал по одному утверждению:

- 1. Чёрный Король всегда говорит правду.
 - 2. Я всегда говорю правду.
 - 3. Двое других могут назвать друг друга Шалтаем-Болтаем.
- Кто какое утверждение сказал?

На второй странице есть ещё задачи!

8. Белый Рыцарь никогда не говорит правду больше двух раз подряд, и никогда не врёт два раза подряд. Белый Рыцарь изобрёл новый пудинг. Рассказывая об этом Алисе, он последовательно сказал четыре утверждения.

1. Пудинг состоит из двух ингредиентов: пороха и сургуча.
2. Пудинг содержит порох и сургуч.
3. Пудинг состоит из трёх ингредиентов: промокашки, пороха и сургуча.
4. Пудинг состоит из двух ингредиентов: промокашки и сургуча.

Из каких ингредиентов состоит изобретённый Белым Рыцарем пудинг?

9. Алиса разделила пирог на три части — по одной для Льва, Единорога и Белого Короля. Единорог сказал, что доля Льва в три раза больше его доли, Лев сказал, что доля Белого Короля в три раза больше его доли, Алиса сказала, что доля Единорога в три раза больше доли Белого короля, Зай Атс сказал, что Лев соврал, Болванс Чик сказал, что Алиса сказала правду, а Белый Король, который всегда говорит правду, сказал, что соврал среди них только один. Какая доля пирога досталась Белому Королю?

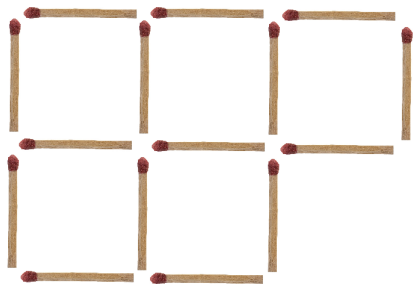
10. В четыре часа пополудни на поляне собрались шорьки, зелюки и мюмзики. Каждый из них либо пырjлся, либо хрюкотjл, либо пырjлся и хрюкотал одновременно. Некоторые шорьки пырjлись, а некоторые зелюки хрюкотали. Шорьки не умеют хрюкотать, а зелюки не умеют пырjться и хрюкотать одновременно. Каждый пыряющий мюмзик хрюкотал. Обязательно ли верны следующие утверждения?

- а) Все шорьки пырjлись.
- б) Все зелюки хрюкотали.
- в) Все мюмзики хрюкотали.

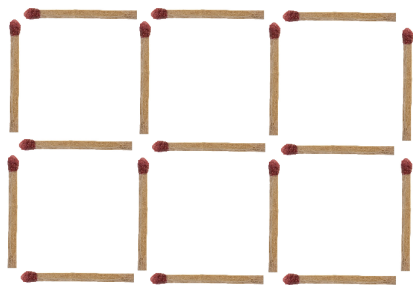
- 0.** [На разбор] Какое максимальное число кроликов можно посадить в 8 клеток так, чтобы
- а) в каждой клетке сидело не больше одного кролика?
 - б) в каждой клетке сидело не больше трёх кроликов?
 - в) в каждой клетке сидело разное число кроликов, и ни в одной не сидело больше двенадцати?
- 1.** Среди 7 книжных полок на 5 можно найти романы, на 4 — сборники стихотворений, а на 3 — сказки. Какое минимальное количество полок нужно осмотреть, чтобы найти и роман, и сборник стихов, и сказку?
- 2.** В ящике лежат десять чёрных и десять красных тамбуринов. Сколько тамбуринов нужно достать из ящика (вслепую), чтобы среди них гарантированно оказалось
- а) два одноцветных тамбурина?
 - б) два разноцветных тамбурина?
 - в) 2 чёрных и 4 красных тамбурина?
- 3.** В классе 33 ученика: 18 мальчиков и 15 девочек. Они разделились на 11 групп по 3 человека. В скольких группах девочек может быть больше, чем мальчиков? Перечислите все возможные варианты.
- 4.** В папке лежит по 5 стихотворений одного из 4 авторов - всего 20 стихотворений. Стихотворения не подписаны, и по почерку авторов распознать не удастся. Какое минимальное число стихотворений нужно достать из папки, чтобы среди них гарантированно оказалось
- а) 5 стихотворений одного автора; б) хотя бы одно стихотворение каждого автора; в) хотя бы по 3 стихотворения каждого из 3 разных авторов.
- 5.** В компании из 9 школьников каждый дружит хотя бы с 5 другими. Докажите, что среди них найдётся группа из 3 друзей (каждый дружит с двумя другими).
- 6.** Докажите, что
- а) 3 коня не могут бить все свободные поля доски 5×5 ;
 - б) 3 коня не могут бить все свободные поля доски 4×4 ;
 - в) 4 коня не могут бить все свободные поля доски 6×6 .
- 7.** На семи полках лежат 103 книги. Какое минимальное число книг нужно переставить, чтобы гарантированно освободить а) 2 полки? б) 4 полки?
- 8.** В Москве живёт более 12,5 миллионов человек. У каждого из них на голове растёт не более 250000 волос. Обязательно ли среди них найдётся
- а) группа из 50 человек с одинаковым числом волос?
 - б) группа из 51 человека с одинаковым числом волос?
- 9.** Вовочка записал на доске трёхзначные числа так, чтобы сумма никаких двух из них не была равна 1024. Какое максимальное количество чисел он мог записать?
- 10.** В зале кинотеатра 70 мест — 7 рядов по 10 мест в каждом. 50 школьников сходили на два сеанса в этом зале. Докажите, что какие-то два школьника на обоих сеансах сидели в одном ряду.

5 класс

1. Уберите три спички так, чтобы осталось три квадрата.



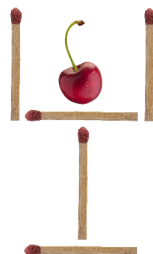
2. Уберите три спички так, чтобы осталось два квадрата.



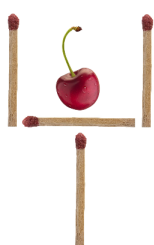
3. а) Переместите две спички так, чтобы бокал не изменил свою форму, а вишенка оказалась снаружи него.

б) Переместите две спички так, чтобы бокал не изменил свою форму, а вишенка оказалась снаружи него.

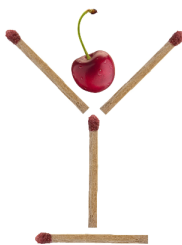
в) Переместите две спички так, чтобы рюмка не изменила свою форму, а вишенка оказалась снаружи неё.



а)

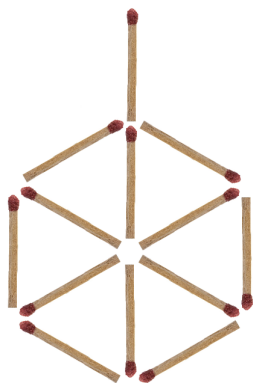


б)



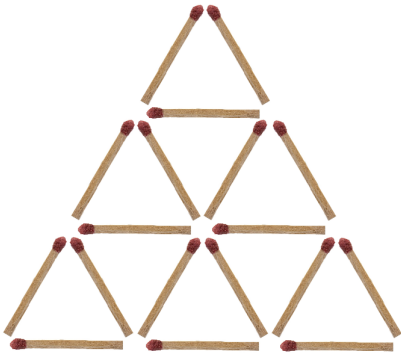
в)

4. Переместите четыре спички так, чтобы получилось восемь треугольников. Каждая спичка должна быть стороной или частью стороны одного из треугольников.



На следующей странице есть ещё задачи!

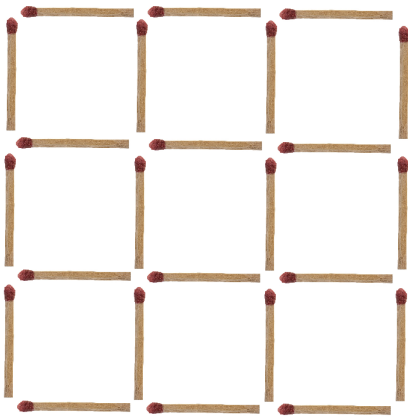
5. Переместите шесть спичек так, чтобы получилось два больших и шесть маленьких треугольников. Каждая спичка должна быть стороной или частью стороны одного из треугольников.



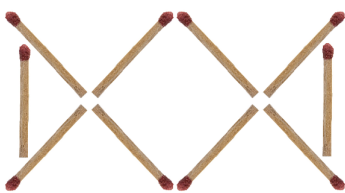
6. Уберите четыре спички так, чтобы осталось

- а) 7 квадратов трёх разных размеров;
- б) 6 квадратов трёх разных размеров;
- в) 5 квадратов трёх разных размеров;
- г) 4 квадрата трёх разных размеров.

Каждая спичка должна быть стороной или частью стороны одного из квадратов.



7. Переместите три спички так, чтобы получилось два квадрата и восемь треугольников. Спички нельзя накладывать друг на друга.



8. Из восьми целых спичек и четырёх половинок соберите квадрат, состоящий из нескольких равных прямоугольников и одного квадрата, площадь которого равна половине площади прямоугольника.

9. Из девяти спичек соберите пять квадратов. Спички нельзя ломать и накладывать друг на друга.

10. Из шести спичек соберите четыре равносторонних треугольника со стороной в одну спичку.

1. Вовочка сказал: «Позавчера мне было 12 лет, а в следующем году исполнится 15». Мог ли он сказать правду?
2. Может ли в одном месяце быть
 - а) 3 воскресенья?
 - б) 4 воскресенья?
 - в) 5 воскресений?
 - г) 6 воскресений?
3. Вовочка расставил на доске 6×6 шашки так, чтобы на всех вертикалях их было одинаковое количество. Могло ли на всех горизонталях оказаться разное количество шашек?
4. В классе 33 ученика: 18 мальчиков и 15 девочек. Может ли быть так, что
 - а) у каждого из них по 7 друзей из класса?
 - б) у каждого из них разное число друзей из класса?
 - в) у каждого из них есть хотя бы один друг из класса, причем у всех мальчиков разное число друзей, но не больше 18, и у всех девочек разное число друзей, но не больше 15?
5. Вовочка записал на доске два последовательных (отличающихся на единицу) натуральных числа и посчитал сумму цифр в каждом из них. Могут ли обе эти суммы делиться на
 - а) 8?
 - б) 9?
 - в) 10?

Дополнительные задачи

6. Можно ли разрезать квадрат на квадраты двух разных размеров (большие и маленькие) так, чтобы количество больших и маленьких квадратов было одинаковым?
7. Рагнарос очень любит охотиться на насекомых. Каждый день он либо берёт мухобойку и убивает одно насекомое, либо использует огненный шар, чтобы убить сразу пять насекомых. Может ли Рагнарос
 - а) за месяц убить 100 насекомых?
 - б) за месяц убить 33 насекомых?
 - в) за месяц убить 148 насекомых?
 - г) за три месяца подряд убить 101 насекомое?
8. Вовочка загадал натуральное число больше 1 и записал на доске все числа от 1 до этого числа так, что они образовали одно многозначное число. Может ли это число быть палиндромом (читаться одинаково слева направо и справа налево)?

1. Выберите по одной букве из каждого столбца и составьте из них слово. Менять порядок букв нельзя: первая буква берётся из первого столбца, вторая — из второго, и так далее.

а)

О	Р	А	К	Б	Е
Д	О	Л	Ж	М	Л
Т	И	У	О	Т	А

б)

А	К	И	Н	О	М
Н	А	Р	У	Р	А
С	Ё	Ц	О	Ь	Ъ
Щ	Т	Й	Ю	К	И

2. Найдите закономерность и продолжите последовательность.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М
а)	1	1	2	0	1	0	0	0						
б)	2	1	0	2	2	3	3	6						
в)	2	3	4	5	6	8	10	11						

3. В стихотворении 4 строки, в каждой строке по 12 слогов. Половина слов в стихотворении односложные (состоят из одного слога), а остальные — двусложные и трёхсложные, причём количество двусложных и трёхсложных отличается на 2. Сколько в стихотворении односложных, двусложных и трёхсложных слов?

4. В первой книге 280 страниц, во второй — 450, в третьей — 420, а в четвёртой — 250.

а) Сколько часов уйдёт на прочтение этих книг, если читать по 50 страниц за 45 минут?

б) Сколько дней уйдёт на прочтение этих книг, если читать не более 50 страниц в день и не читать две разных книги в один день?

5. Четыре девушки хотят переправиться через реку. У них есть лодка, в которую помещаются только двое. Первая девушка может переправиться на другой берег за 1 минуту, вторая — за 2, третья — за 4, а четвёртая — только за 8 минут. Если в лодке сидят две девушки, то они двигаются со скоростью самой медленной из них (например, первая и третья девушки переправятся через реку за 4 минуты). Смогут ли они все переправиться на другой берег за 15 минут?

Дополнительные задачи

6. Для выступления на фестивале каждому человеку нужно выбрать одно или несколько стихотворений из набора из пяти стихотворений. Сколько существует разных способов выбрать

а) по одному стихотворению для двух разных человек?

б) два стихотворения для одного человека?

в) по одному стихотворению для трёх разных человек?

7. В шкафу три полки. На верхней полке стоят три тома: первый — слева, второй — посередине, третий — справа, а остальные полки пусты. За одно действие можно взять самый правый том с любой полки и переместить его на самую левую свободную позицию на соседней полке, при этом том с меньшим номером нельзя ставить правее тома с большим номером (нельзя ставить второй том правее третьего, а первый — правее второго или третьего). На перемещение тома между верхней и средней полками уходит 4 секунды, а между нижней и средней — 3 секунды. Сколько времени потребуется, чтобы расставить все три тома на нижней полке в таком же порядке?

8. Разгадайте ребус. Вместо каждой буквы нужно подставить цифру так, чтобы было выполнено равенство. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным — разные.

$$\begin{array}{r}
 + \text{ С Т И Х И} \\
 \text{З А К О Н} \\
 \hline
 \text{А К И Н О М}
 \end{array}$$

0. [На разбор] а) От шахматной доски отпилили две соседних угловых клетки. Можно ли оставшийся кусок доски распилить на 31 «доминошку» (прямоугольники 1×2)?

б) От шахматной доски отпилили две противоположных угловых клетки. Можно ли оставшийся кусок доски распилить на 31 «доминошку»?

1. Раскрасьте 6 клеток белой доски 4×4 в чёрный цвет так, чтобы на каждой горизонтали и вертикали было чётное число белых клеток.

2. Раскрасьте все клетки доски 4×4 в чёрный и белый цвета так, чтобы

а) каждая белая клетка граничила ровно с одной чёрной, а каждая чёрная — ровно с одной белой;

б) каждая белая клетка граничила ровно с двумя чёрными, а каждая чёрная — ровно с двумя белыми;

в) каждая белая клетка граничила ровно с одной чёрной, а каждая чёрная — ровно с тремя белыми.

3. а) Раскрасьте шахматную доску в чёрный и белый цвета так, чтобы любые две соседние клетки, лежащие на одной горизонтали, были разного цвета, а лежащие на одной вертикали — одного и того же цвета.

б) Можно ли распилить шахматную доску на 32 «доминошки» так, чтобы среди них было 11 вертикальных и 21 горизонтальная?

4. Раскрасьте все клетки доски 4×4 в четыре разных цвета так, чтобы каждый прямоугольник 1×4 и каждый квадрат 2×2 , кроме центрального, были раскрашены во все четыре цвета.

5. а) Раскрасьте все грани куба в чёрный и белый цвета так, чтобы каждая белая грань граничила с ровно с двумя чёрными, а каждая чёрная — ровно с двумя белыми.

б) Раскрасьте все вершины куба в чёрный и белый цвета так, чтобы из каждой белой вершины можно было пройти по ребру ровно в две чёрных, а из каждой чёрной — ровно в две белых.

в) Раскрасьте все рёбра куба в чёрный и белый цвета так, чтобы каждое белое ребро было соединено ровно с двумя чёрными, а каждое чёрное — ровно с двумя белыми.

Дополнительные задачи

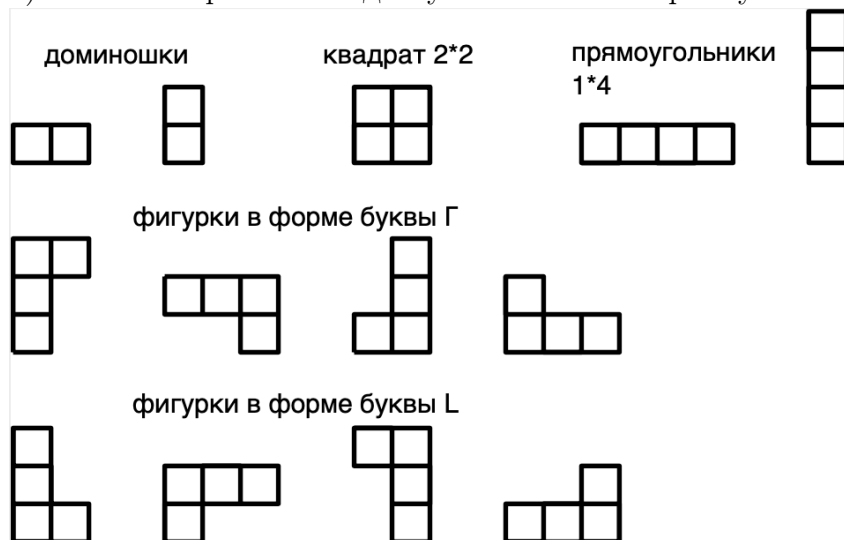
6. Раскрасьте некоторые клетки белой доски 7×7 в красный и синий цвета так, чтобы каждая красная клетка граничила хотя бы с тремя синими, и при этом красных клеток было больше, чем синих.

7. а) Раскрасьте доску 6×6 в чёрный и белый цвета так, чтобы любая фигурка в виде буквы Г или L содержала разное количество чёрных и белых клеток.

б) Можно ли распилить доску 6×6 на 9 фигурок в виде буквы Г или L?

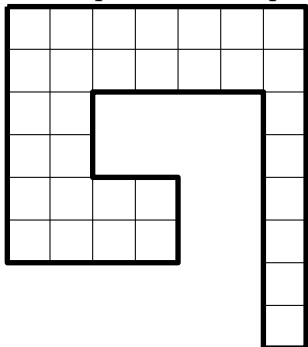
8. а) Раскрасьте доску 10×10 в четыре разных цвета так, чтобы любой прямоугольник 1×4 содержал клетки четырёх разных цветов.

б) Можно ли распилить доску 10×10 на 25 прямоугольников 1×4 ?



1. Как отрезать от верёвки длиной $\frac{2}{3}$ метра кусок длиной $\frac{1}{2}$ метра, не пользуясь измерительными приборами?

2. Разрежьте изображённую на рисунке фигуру по линиям сетки на две одинаковые части.



3. а) Лист бумаги разрезали на 10 кусочков. Затем один из этих кусочков разрезали ещё на 10 кусочков. Потом один из полученных кусочков разрезали ещё на 10 кусочков. Сколько кусочков бумаги получилось?

б) Лист бумаги разрезали на несколько кусочков. Затем один из этих кусочков разрезали ещё на столько же кусочков. Потом один из полученных кусочков разрезали ещё на столько же кусочков. На сколько кусочков его разрезали каждый раз, если в результате получилось 40 кусочков?

4. Вовочке на день рождения подарили кучу конфет. Если в эту кучу добавить одну конфету, то её можно будет разделить на 2, 3, 4, 5 или 6 равных частей. Сколько конфет подарили Вовочке, если известно, что их меньше 100?

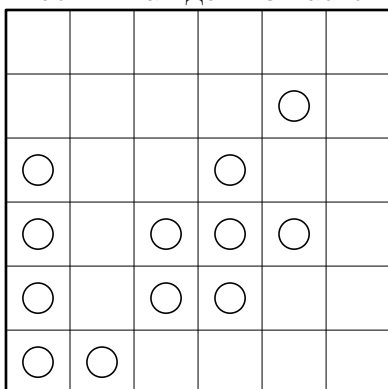
5. а) Можно ли разрезать квадрат 2022×2022 на квадраты 4×4 ?

б) Можно ли разрезать квадрат 18×18 на квадраты 5×5 и 7×7 ?

в) Можно ли разрезать квадрат 10×10 на квадраты 3×3 и 4×4 ?

Дополнительные задачи

6. Разрежьте квадрат, изображённый на рисунке, по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой из частей было по три кружочка.



7. Ромуло и Джулианна делили кучу золота. Сначала Ромуло забрал третью часть всего золота, затем Джулианна забрала 8 монет, потом Ромуло забрал четвертую часть того, что осталось, а Джулианна забрала всё остальное. Кто забрал больше монет и на сколько?

8. На аллее в ряд росло несколько деревьев. Между каждыми двумя деревьями посадили ещё одно дерево. Затем, когда они выросли, между каждыми двумя деревьями посадили ещё одно дерево. Потом, когда они выросли, между каждыми двумя деревьями посадили ещё одно дерево. Когда они выросли, каждое третье дерево срубили. Затем из оставшихся деревьев срубили каждое шестое. Потом из оставшихся деревьев срубили каждое девятое. В результате осталось 40 деревьев. Сколько деревьев росло на аллее изначально?

- 0.** [На разбор] Расставьте 6 слонов на доске 4×4 так, чтобы ни один из них не бил другого.
- 1.** Расставьте 6 белых и 6 чёрных пешек на доске 4×4 так, чтобы каждая белая пешка била одну чёрную, а каждая чёрная — одну белую.
- 2.** Может ли конь вернуться на исходную позицию, сделав
- а) 3 хода?
 - б) 2021 ход?
- 3.** Расставьте 5 разных фигур — короля, ферзя, ладью, слона и коня — на шахматной доске так, чтобы одна из них била все остальные, а остальные не били никого.
- 4.** а) Расставьте ладью и четырёх коней на доске 3×3 так, чтобы ни одна из фигур не била другую.
б) Расставьте ферзя, ладью, слона, коня и пешку на доске 4×4 так, чтобы ни одна из фигур (и пешка) не била другую.
в) Расставьте ферзя, двух ладей, слона и двух коней доске 5×5 так, чтобы ни одна из фигур не била другую.
- 5.** Какое максимальное количество ферзей можно расставить на шахматной доске так, чтобы какой-то один из них не бил ни одного другого?

Дополнительные задачи

- 6.** Расставьте 5 ферзей на шахматной доске так, чтобы ни одна клетка не осталась непобитой.
- 7.** а) Расставьте 3 ферзей на доске 4×4 так, чтобы ни один из них не бил другого.
б) Расставьте 5 ферзей на доске 5×5 так, чтобы ни один из них не бил другого.
в) Расставьте 6 ферзей на доске 6×6 так, чтобы ни один из них не бил другого.
- 8.** Расставьте все белые фигуры и пешки на шахматной доске так, чтобы ни одна из них не била другую. При этом пешки не могут стоять на первой и восьмой горизонталях, а слоны должны стоять на клетках разного цвета.

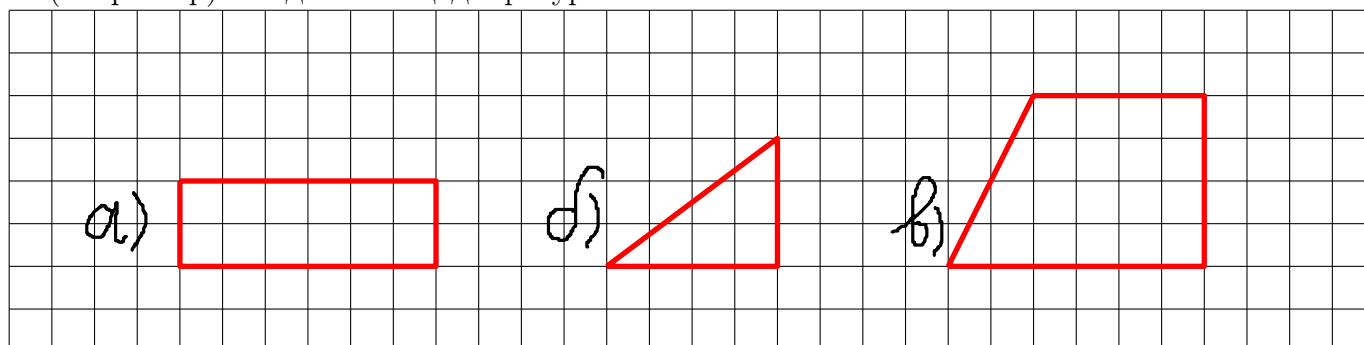
1. Спортсмен пробежал 3 километра, причём первый километр он пробежал с постоянной скоростью 15 км/ч, второй — со скоростью в 2 раза меньше, третий — со скоростью ещё в 2 раза меньше. Сколько времени занял бег?
2. Лягушка прыгает по прямой. Она может прыгнуть на 15 или 19 сантиметров влево или вправо. Может ли лягушка продвинуться относительно изначального положения
 - а) на 99 сантиметров за 10 прыжков?
 - б) на 20 сантиметров за 10 прыжков?
 - в) на 200 сантиметров за 10 прыжков?
 - г) на 1 сантиметр за 99 прыжков?
3. В классе 33 ученика. 19 из них изучают немецкий язык, и 15 — китайский.
 - а) Сколько учеников могут изучать оба этих языка?
 - б) Сколько учеников могут не изучать ни один из этих языков?
4. В государстве 10 городов, и из каждого выходит по 4 дороги (каждая дорога соединяет два города).
 - а) Сколько всего дорог в государстве?
 - б) Может ли быть так, что из одного города нельзя добраться до другого по дорогам?
5. В коробке лежат 28 шариков: 16 красных, 8 зелёных и 4 синих. Какое минимальное количество шариков нужно достать из коробки (вслепую), чтобы среди них гарантированно оказался
 - а) хотя бы один красный шарик?
 - б) хотя бы один зелёный шарик?
 - в) хотя бы один синий шарик?

Дополнительные задачи

6. В два прямоугольных аквариума помещается одинаковый объём воды. Длина второго аквариума в два раза больше длины первого, ширина — в три раза меньше ширины первого, а высота — на 14 сантиметров больше высоты первого. Найдите высоту первого аквариума.
7. Учительница записала на доске слово «гидроэлектрокардиографический». Вовочка тоже захотел написать длинное слово. Сначала он написал на доске слово из трёх букв, потом из пяти, потом из семи, и так далее (в каждом следующем слове на две буквы больше, чем в предыдущем), пока не записал слово «световодозвуконепроницаемость». Сколько всего букв написано теперь на доске?
8. В классе 33 ученика. На уроке им задали 3 задачи. Учеников, решивших ровно одну задачу, столько же, сколько и учеников, решивших ровно две задачи, а учеников, решивших все три задачи, в пять раз меньше, чем учеников, решивших хотя бы одну задачу. Сколько учеников не решили ни одной задачи, если известно, что их меньше восьми?

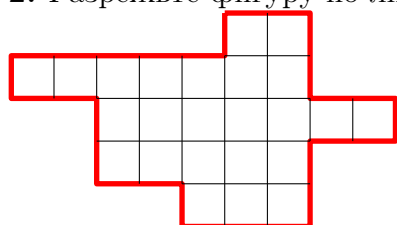
На всех рисунках, кроме задачи 8, сторона клетки считается равной 1 сантиметру.

0. (На разбор) Найдите площади фигур.



1. Приведите пример прямоугольника с целочисленными сторонами, площадь которого равна 100. Сколько всего существует таких прямоугольников?

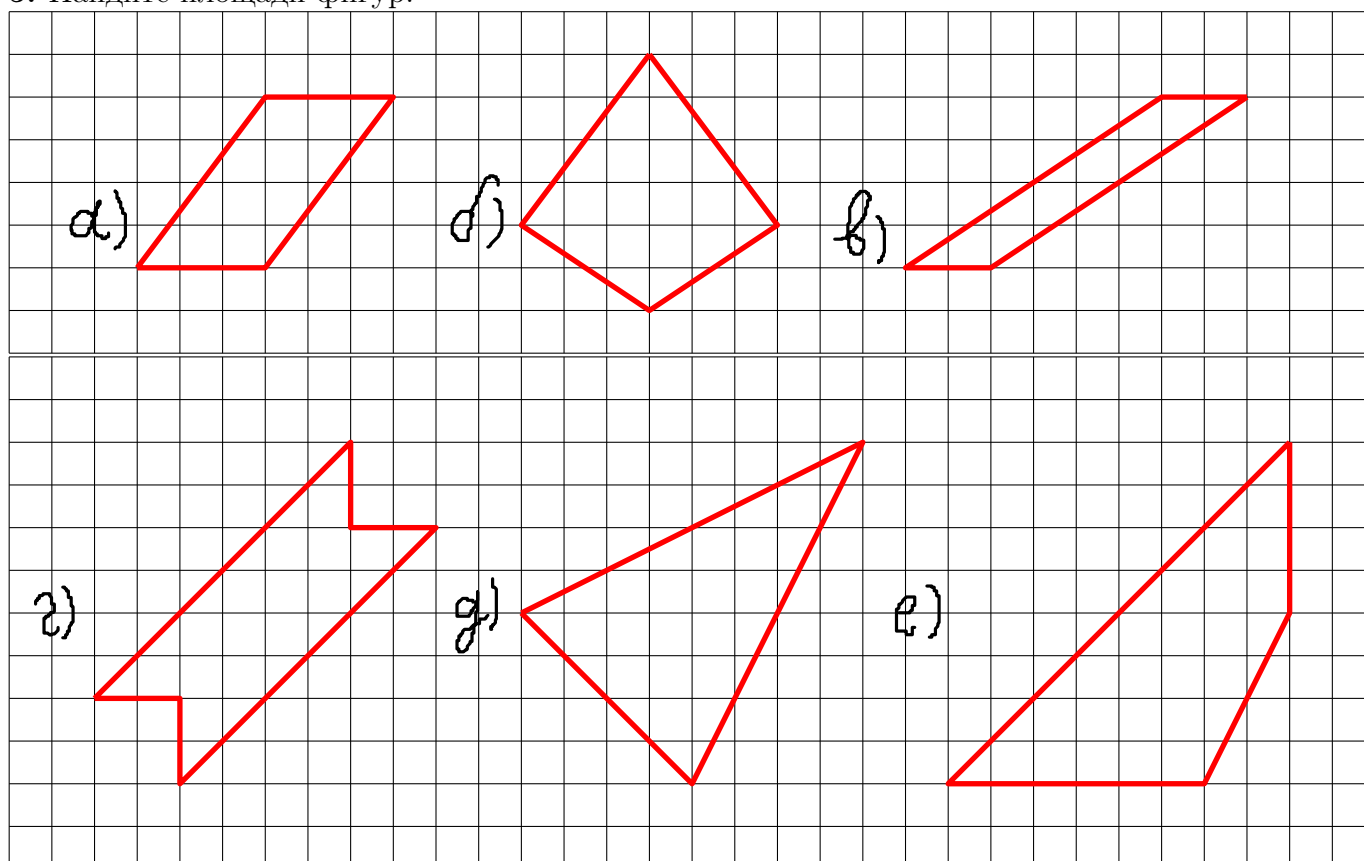
2. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части.

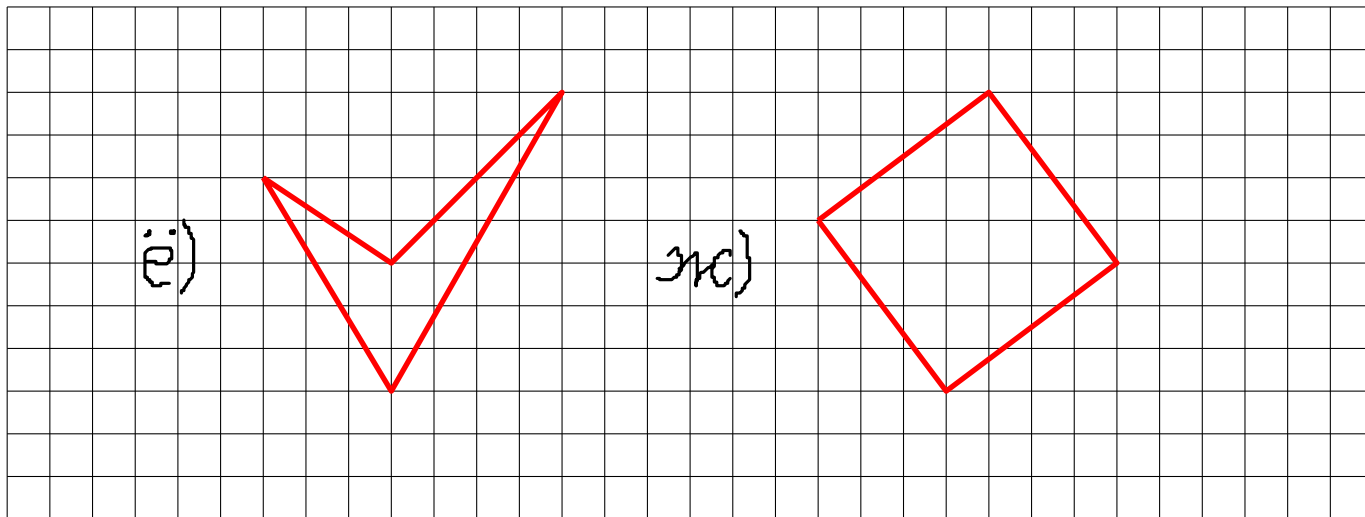


3. Площадь Красной площади равна 24750 м^2 . Если предположить, что она состоит из 110 одинаковых квадратов, то какова длина стороны такого квадрата?

4. Точки А, В, С и D лежат на одной прямой. Длина отрезка АВ равна 2 см, отрезка ВС — 3 см, отрезка CD — 4 см. Чему может быть равна длина отрезка AD? Перечислите все возможные варианты.

5. Найдите площади фигур.





Дополнительные задачи

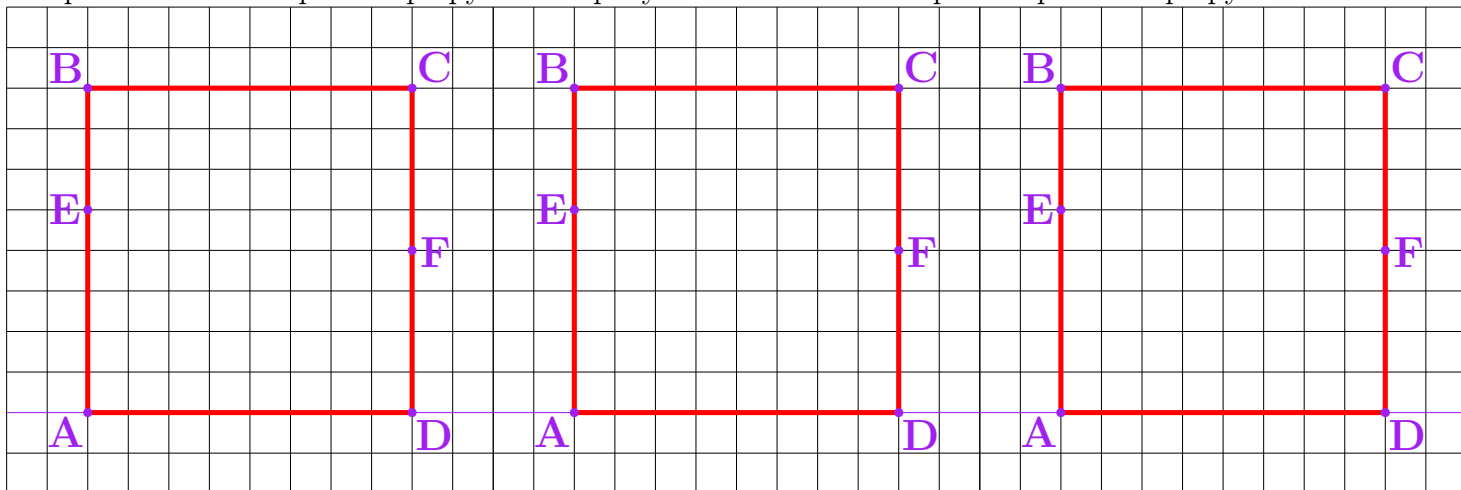
6. Прямоугольный ящик, длина которого — 60 см, ширина — 20 см, а высота — 50 см, хотят обклеить со всех сторон декоративной бумагой. Сколько рулонов бумаги нужно для этого купить, если размер одного рулона — 25×125 см?

7. Если длину прямоугольника уменьшить до её ширины, то получится маленький квадрат. Если ширину прямоугольника увеличить до её длины, то получится большой квадрат. Известно, что площадь большого квадрата в 9 раз больше площади маленького квадрата.

а) Во сколько раз площадь прямоугольника больше площади маленького квадрата?

б) Во сколько раз площадь прямоугольника меньше площади большого квадрата?

8. Вовочка оббежал вокруг парка по квадратному маршруту ABCDA (сторона клетки равна 1 метру). Потом он оббежал вокруг парка во второй раз, срезав путь в точках E и F (из точки E пробежал по некоторому отрезку и оказался на стороне BC, затем побежал по стороне BC до точки C, далее побежал по стороне CD до точки F; затем из точки F пробежал по некоторому отрезку и оказался на стороне AD, после чего побежал по стороне AD до точки A) так, что пройденный им путь уменьшился на одну восьмую по сравнению с первым маршрутом. Затем он оббежал вокруг парка в третий раз, срезав путь в тех же точках так, что площадь, которую он оббежал, уменьшилась на одну восьмую по сравнению со вторым маршрутом. Нарисуйте возможные второй и третий маршруты Вовочки.



0. (На разбор) Найдите сумму

- а) всех натуральных чисел от 1 до 101;
- б) всех чётных чисел от 1 до 101;
- в) всех нечётных чисел от 1 до 101.

1. В книге было 500 страниц. Из неё выпал кусок, первая страница которого — 111, а последняя — 222. Найдите сумму номеров всех страниц, оставшихся в книге.

2. Вовочка решил пронумеровать две колоды игральных карт (по 52 карты в каждой колоде). Первую колоду он занумеровал числами 100, 103, 106, 109 и т. д., а вторую — числами 400, 397, 394, 391 и т. д. Найдите сумму номеров всех карт.

3. Ромуло и Джулианна решили поделить между собой два мешка золота. Первый мешок делил Ромуло. Он взял себе 1 монету, Джулианне отдал 2, взял себе 3, Джулианне отдал 4, взял себе 5, Джулианне отдал 6 и т. д. Когда в очередной раз он отдал Джулианне 108 монет, монеты в первом мешке закончились. Второй мешок делила Джулианна. Она взяла себе 1 монету, Ромуло отдала 4, взяла себе 7, Ромуло отдала 10, взяла себе 13, Ромуло отдала 16 и т. д. (каждый раз количество монет увеличивалось на 3). Второй мешок закончился, когда Джулианна отдавала Ромуло нужное число монет. В результате у Ромуло и Джулианны оказалось равное количество монет. Сколько всего монет было в обоих мешках?

4. На стволе первого дерева каждый год вырастает по одной новой ветке, а на каждой ветке каждый год вырастает по пять листьев (на только что выросшей ветке тоже вырастает 5 листьев). На стволе второго дерева каждый год вырастает по одной новой ветке, на каждой ветке в первый год её жизни вырастает по пять листьев, а в каждый следующий год — на пять листьев больше, чем в предыдущий. Изначально на обоих стволах нет веток.

- а) Сколько листьев вырастет на первом дереве через 20 лет (за последний год)?
- б) Сколько листьев вырастет на первом дереве за 20 лет (в сумме за все эти годы)?
- в) Сколько листьев вырастет на втором дереве через 20 лет (за последний год)?

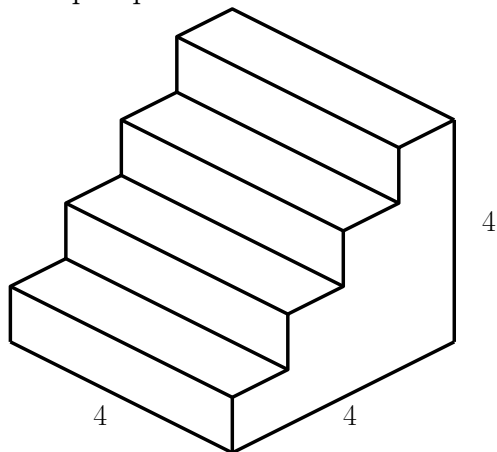
5. Джараксус набирал воинов в свою армию, причём в каждый следующий день он набирал на двух воинов больше, чем в предыдущий. На 91 день количество воинов стало больше девяти тысяч. Джараксус объявил об окончании набора и поделил свою армию на две равные части. Сколько всего воинов в армии Джараксуса?

Дополнительные задачи

6. В первый день Рагнарос убил одно насекомое, а в каждый следующий день он убивал в два раза больше насекомых, чем в предыдущий. Сколько всего насекомых он убил за десять дней?

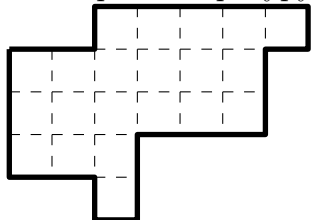
7. На рисунке изображена лестница, длина, ширина, и высота которой равны 4 (все ступеньки имеют длину и высоту 1).

- а) Найдите объём этой лестницы.
- б) Найдите объём такой же по форме лестницы, длина, ширина, высота и количество ступенек которой равны 100.



8. Сколько листьев вырастет на втором дереве из задачи 4 за 20 лет (в сумме за все эти годы)?

1. В квартире есть 33 розетки и 33 тройника. Сколько чайников с их помощью можно подключить к сети?
2. Из 21 бутылки с водой 7 остались полными, 7 — пустыми, 4 — наполовину пустыми, 3 — наполовину полными. Разделите эти бутылки между тремя людьми так, чтобы каждому досталось одинаковое количество и воды, и бутылок.
3. Разрежьте фигуру по линиям сетки на три равные части.



4. Первый садовник сказал: «В саду растёт больше 28 роз. Их число нечётно». Второй садовник сказал: «Число роз в саду не делится на 3. Их число чётно». Третий садовник сказал: «В саду растёт меньше 38 роз. Их число делится на 3». Известно, что один из садовников всегда врёт, а остальные всегда говорят правду. Сколько роз растёт в саду?
5. Расставьте в левой части равенства знаки арифметических операций и скобки так, чтобы равенство стало верным.
 - а) $3\ 3\ 3\ 3 = 24$;
 - б) $3\ 3\ 3\ 3 = 2$;
 - в) $3\ 3\ 3\ 3 = 10$;
 - г) $3\ 3\ 3\ 3 = 111$;
 - д) $3\ 3\ 3\ 3 = 39$;
 - е) $3\ 3\ 3\ 3 = 102$;
 - ё) $3\ 3\ 3\ 3 = 108$;
 - ж) $3\ 3\ 3\ 3 = 36$.

Дополнительные задачи

6. На доске записаны числа 7 8 9 4 5 6 1 2 3. За одну операцию можно стереть несколько подряд идущих чисел и записать их на том же месте в обратном порядке. Как за три таких операции получить последовательность 1 2 3 4 5 6 7 8 9?
7. На доске записано 3 числа. Оказалось, что любое из них в сумме с произведением двух оставшихся даёт один и тот же результат. Обязательно ли все три числа, записанные на доске, равны?
8. В клетчатом квадрате 3×3 каждая клетка может быть либо живой, либо мёртвой. Каждую минуту одновременно все живые клетки умирают, а все мёртвые, у которых было нечётное число живых соседей по стороне, оживают. Придумайте такую начальную расстановку живых и мёртвых клеток, чтобы жизнь в квадрате была вечной, то есть чтобы в каждый момент времени оставалась хотя бы одна живая клетка.

1. Если бы стороны квадрата были на 1 см больше, то его площадь была бы больше на 15 см^2 . Какова длина стороны этого квадрата?
2. В первой коробке лежит одна шоколадка, во второй — две, в третьей — три, и так далее. Если бы в таком ряду коробок было на три больше, то в них было бы всего 55 шоколадок. Сколько всего шоколадок лежит в коробках?
3. Вовочка вышел из дома в 8:38, сел на автобус и добрался до школы в 8:56. Если бы он вышел из дома на минуту позже, то ему пришлось бы ждать следующего автобуса, и он добрался бы до школы только в 9:11. Во сколько Вовочке нужно выйти из дома (самое позднее), чтобы добраться до школы не позже 8:30? (Автобусы, в отличие от Вовочки, ходят через фиксированные промежутки времени и строго следуют расписанию.)
4. Первый спортсмен пробежал дистанцию за 30 минут, а второй — за 40 минут. Если бы первый спортсмен стартовал через 5 минут после второго, через какое время он бы его догнал?
5. Первый землекоп выкопал яму за 50 минут, а второй — за 75 минут. За какое время они выкопали бы одну такую же яму, если бы работали вместе?

Дополнительные задачи

6. В две разные по размеру бочки налили воду: первую бочку наполнили наполовину, а вторую — на одну четверть. Если бы всю воду налили в первую бочку, то она оказалась бы заполнена на две трети. Поместится ли вся вода во вторую бочку?
7. Вовочке подарили коробку конфет. Он начал есть их в первый день месяца и доел в последний, съедая одинаковое количество конфет каждый день. Если бы он ел на пять конфет в день больше, то он бы доел их на десять дней раньше, также съедая одинаковое количество конфет каждый день. Сколько всего конфет могло быть в коробке (перечислите все возможные варианты)?
8. Вовочка загадал число. Если бы он загадал число на единицу больше, то оно делилось бы на 2 и на 7, а если бы он загадал число на единицу меньше, то оно делилось бы на 5 и на 11.
 - а) Приведите пример числа, которое мог загадать Вовочка.
 - б) Приведите ещё один пример числа, которое мог загадать Вовочка.
 - в) Докажите, что множество чисел, которые мог загадать Вовочка, бесконечно.

Переливание из первой ёмкости во вторую происходит до тех пор, пока либо первая ёмкость не станет пустой, либо вторая ёмкость не станет полной.

Пример: если две бутылки — на 4 и на 2 литра — заполнены водой наполовину, то при переливании из первой во вторую в первой останется 1 литр, а во второй станет 2 литра, а при переливании из второй в первую в первой станет 3 литра, а во второй ничего не останется.

В задачах 0, 1, 3 и 7 также можно заполнять любую ёмкость водой из реки и выливать воду из любой ёмкости обратно в реку.

0. (На разбор) Можно ли с помощью двух бутылок — на 5 и 3 литра — набрать из реки 1 литр воды?

1. а) Можно ли с помощью двух бутылок — на 7 и 3 литра — набрать из реки 5 литров воды?

б) Можно ли с помощью двух бутылок — на 9 и 6 литров — набрать из реки 4 литра воды?

2. Дано: пустая бутылка на 6 литров и полные воды бутылки на 5, 4 и 3 литра. Как с помощью переливаний сделать так, чтобы во всех бутылках стало поровну воды?

3. Дано: река и две бутылки — первая на 5 литров, а вторая то ли на 3, то ли на 4 литра. Как с помощью переливаний выяснить объём второй бутылки?

4. Дано: полная воды бутылка на 7 литров и пустые бутылки на 4 и 3 литра.

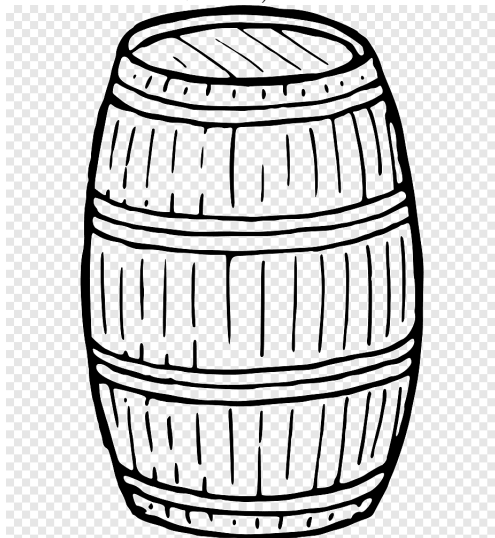
а) Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в двух бутылках осталось по 2 литра воды?

б) Можно ли это сделать за 6 переливаний?

в) Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в первой бутылке осталось 5 литров воды?

г) Можно ли это сделать за 5 переливаний?

5. Как из полной воды бочки на 492 литра отмерить 246 литров воды? (Кроме бочки, в этой задаче больше ничего не дано. С бочкой разрешается производить любые манипуляции, лишь бы она оставалась целой.)



Дополнительные задачи

6. Дано: две полных воды бутылки на 10 литров и две пустые бутылки на 5 и 4 литра. Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в двух бутылках осталось по 2 литра воды?

7. Первая бутылка наполнена водой наполовину, а во второй остался 1 литр воды. Если переливать воду из первой бутылки во вторую, то в первой бутылке станет в два раза меньше воды, а во второй — в три раза больше. Как с помощью этих бутылок набрать из реки 7 литров воды?

8. На столе стоят восемь стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнивать объём воды в них, перелив часть воды из одного стакана в другой. Как уравнивать объём воды во всех восьми стаканах?

Задача: к каждому из данных утверждений сформулируйте отрицание (противоположное утверждение).

а) Все жители Страны Чудес безумны.

Ответ: Не все жители Страны Чудес безумны.

Другой вариант: Некоторые жители Страны Чудес не безумны.

Третий вариант: В Стране Чудес есть жители, которые не безумны.

б) Некоторые жители Страны Чудес носят шляпу или перчатки.

Ответ: Ни один житель Страны Чудес не носит ни шляпу, ни перчатки.

Другой вариант: Все жители Страны Чудес не носят шляпу и не носят перчатки.

в) Ни один из жителей Страны Чудес не умеет плавать.

Ответ: Хотя бы один житель Страны Чудес умеет плавать.

Другой вариант: Некоторые жители Страны Чудес умеют плавать.

г) У некоторых жителей Страны Чудес нет ни шляпы, ни башмаков.

Ответ: У всех жителей Страны Чудес есть шляпа или башмаки [или и то, и другое сразу].

Другой вариант: У каждого жителя Страны Чудес есть шляпа или башмаки.

д) У всех жителей Страны Чудес есть жилетный карман, в котором лежат часы.

Ответ: У какого-то жителя Страны Чудес или нет жилетных карманов, или во всех его имеющихся жилетных карманах не лежат часы.

Другой вариант: У какого-то жителя Страны Чудес во всех его жилетных карманах не лежат часы.

1. Чеширский Кот сказал Алисе три ложных утверждения.

1) Я безумен.

2) Ты безумна.

3) Болванщик и Мартовский Заяц безумны.

Обязательно ли верны следующие утверждения?

а) Чеширский Кот не безумен.

б) Чеширский Кот и Алиса не безумны.

в) Болванщик и Мартовский Заяц не безумны.

2. Мартовский Заяц всегда врёт. Мартовский Заяц сказал «Я всегда говорю правду», а Алиса сказала «Нет, ты всегда врёшь». Мартовский Заяц сказал «У Болванщика найдётся 28 разных шляп», а Алиса сказала «Нет, у Болванщика только одна шляпа». Мартовский Заяц сказал «Червонная Королева велела отрубить мне голову», а Алиса сказала «Червонная Королева велела отрубить головы нам обоим».

Обязательно ли верны следующие утверждения?

а) У Болванщика меньше 28 разных шляп.

б) У Болванщика есть шляпа.

в) Червонная Королева велела отрубить кому-то голову.

г) Алиса не всегда врёт.

д) Алиса не всегда говорит правду.

3. Жители Страны Чудес устроили соревнование с целью определить, кто из них самый безумный. Каждый из них сделал прогноз по поводу того, какое место в этом конкурсе займёт. Алиса тоже решила поучаствовать в этом конкурсе, но решила, что займёт последнее место. В результате все, кроме Алисы, заняли место ниже, чем предсказывали. Какое место заняла Алиса?

4. Болванщик и Мартовский Заяц играли в загадки — кто больше отгадает, тот и выиграет (как только кто-то один отгадывает загадку, они переходят к следующей). По поводу их игры Алиса высказала следующие предположения.

1) Ничьей не будет.

2) Болванщик отгадает хотя бы одну загадку.

3) Болванщик выиграет.

4) Болванщик не проиграет.

5) Всего будет отгадано три загадки.

Из этих предположений только три оказались верными. Кто сколько загадок отгадал?

5. Червонная Королева сказала, что Червонный Валет украл больше семи кренделей. Белый Кролик осмелился ей возразить, и сказал, что тот украл меньше семи кренделей. На это Червонный Король сказал, что уж один-то крендель Червонный Валет точно украл. Сколько кренделей мог украсть Червонный Валет, если из этих трёх утверждений истинно только одно?

Дополнительные задачи

6. Соня всегда говорит правду, Мартовский Заяц всегда врёт, а Болванщик иногда врёт, а иногда говорит правду. Они сидели в ряд, пили чай, и высказали (по порядку) следующие утверждения.

а) 1) Я Соня.

2) Я Мартовский Заяц.

3) Я Болванщик.

б) 1) Посередине сидит Мартовский Заяц.

2) Я Болванщик.

3) Посередине сидит Соня.

в) 1) Я не Болванщик.

2) Я не Мартовский Заяц.

3) Я не Соня.

Кто из них кто?

7. Болванщик, Мартовский Заяц и Соня собрались попить чаю. Алиса знает, что один из них всегда говорит правду, второй всегда врёт, а третий иногда врёт, а иногда говорит правду, но не знает, кто из них как себя ведёт (однако вся троица знает это друг о друге). Алиса может задавать им любые вопросы, на которые можно ответить только «да» или «нет». Как ей выяснить, кто из них как себя ведёт?

8. Болванщик, Мартовский Заяц, Соня и Алиса дают показания в суде. Присяжные знают, что один из них всегда говорит правду, второй всегда врёт, а остальные двое могут и врать, и говорить правду. Докажите, что эти двое хитрецов могут так договориться между собой, что присяжные, задавая сколько угодно вопросов всем четверым, никогда не смогут выяснить (только по их ответам), кто из них кто.

0. (На разбор) Вовочка загадал два натуральных числа.

- а) Их сумма равна 7, а произведение — 12.
- б) Их сумма равна 12, а произведение — 24.
- в) Их сумма больше 24, а произведение равно 105.

Какие числа загадал Вовочка?

1. У Вовочки было несколько трёхлитровых и несколько пятилитровых бутылок. Он наполнил все бутылки и получил 31 литр воды. Сколько всего бутылок было у Вовочки?

2. Бородатый человек в очках едет в поезде в пятнадцатом вагоне. Человек в пиджаке и с портфелем едет в этом же поезде в тринадцатом вагоне с конца. Оказалось, что эти два человека находятся в соседних вагонах. Сколько всего вагонов в поезде?

3. Ромуло отправился по дороге из пункта А в пункт Б со скоростью 6 километров в час. В этот же момент по этой же дороге из пункта Б навстречу ему отправилась Джулианна. Через два с половиной часа расстояние между ними составляло 3 километра. Какова длина дороги между пунктами А и Б, если известно, что Джулианна шла в полтора раза медленнее Ромуло?

4. Алиса сказала, что в саду у Червонной Королевы растут красные розы. Робин Гусь сказал, что красные розы там растут, но не больше пятидесяти. Орлёнок Эд сказал, что в саду растёт пятьдесят красных роз или даже больше. А Попугайчик Лори сказал, что красных роз в саду совсем мало — всего лишь одна или две. Известно, что трое из них сказали правду, а один соврал. Сколько красных роз растёт в саду у Червонной Королевы?

5. В стихотворении 99 слогов, причём каждое слово в нём содержит от одного до трёх слогов. Известно, что односложных слов в этом стихотворении в два раза меньше, чем двусложных и трёхсложных вместе взятых, а количество двусложных и трёхсложных слов отличается на 6. Сколько всего слов в этом стихотворении?

Дополнительные задачи

6. На доске была нарисована таблица. Вовочка стёр последнюю строку этой таблицы и дорисовал ещё один столбец. В результате получилась таблица из 30 клеток. Сколько клеток было в изначальной таблице?

7. В государстве 5 городов и 6 дорог, каждая из которых соединяет два разных города (при этом никакие две дороги не соединяют одну и ту же пару городов). Путешественник посетил это государство и составил список, записав, сколько дорог выходит из каждого города.

- а) Чему равна сумма всех чисел в этом списке?
- б) Чему равна сумма всех разных чисел в этом списке?

8. Вовочка прочитал несколько страниц книги подряд. Оказалось, что сумма номеров прочитанных страниц равна 105. Сколько страниц прочитал Вовочка, если всего в этой книге 28 страниц? (Страницы в книге нумеруются с 1.)

0. (На разбор) а) Вовочка может добраться из пункта Ё в пункт Ы либо по одной из трёх тропинок, ведущих через лес, либо по одной из двух дорог в обход леса. Сколькими способами он может добраться из пункта Ё в пункт Ы?

б) Вовочка может добраться из пункта А в пункт Б по одной из трёх дорог, из пункта Б в пункт В — по одной из двух дорог, а из пункта В в пункт Г — по одной из четырёх дорог. Других дорог, соединяющих эти пункты, нет. Сколькими способами он может добраться из пункта А в пункт Г, пройдя по трём дорогам?

в) Из пункта А в пункт В построили дорогу. Сколькими способами Вовочка теперь может добраться из пункта А в пункт Г, пройдя не более чем по трём дорогам?

1. У Вовочки в рюкзаке лежит 9 разных ручек, 5 разных карандашей, 10 разных фломастеров и 4 разные кисточки. Сколькими способами он может выбрать

а) один из этих предметов?

б) набор, в котором по одному предмету каждого типа?

в) набор из двух предметов разных типов?

2. а) Монету подбросили пять раз. Сколько разных последовательностей из орлов и решек могло при этом получиться? (Монета может упасть орлом или решкой).

б) Игральный кубик (шестигранный) бросили три раза. Сколько разных последовательностей чисел могло при этом получиться? (На гранях игрального кубика написаны натуральные числа от 1 до 6.)

3. В квадратной таблице размера 3×3 клетки пронумерованы числами от 1 до 9. Каждую клетку можно покрасить в белый или чёрный цвет, а угловые клетки — ещё и в красный цвет. Сколько всего таких раскрасок можно сделать?

4. В классе 18 мальчиков и 15 девочек. Сколькими способами в этом классе можно выбрать

а) одного дежурного?

б) двоих дежурных — мальчика и девочку?

в) дежурного и его помощника?

г) двоих дежурных?

5. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске

а) чёрную и белую ладьи;

б) две белых ладьи;

в) восемь белых ладей

так, чтобы они не били друг друга?

Дополнительные задачи

6. Сколько существует трёхзначных чисел, сумма цифр в которых

а) равна 4?

б) не превосходит 4?

7. В раскраске 4 детали, каждую из которых можно покрасить в один из 10 цветов.

а) Сколькими способами можно раскрасить эту раскраску?

б) Сколькими способами можно раскрасить эту раскраску так, чтобы цвета не повторялись?

в) Сколько существует четырёхзначных чисел?

г) Сколько существует четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются?

8. В этой задаче все красные книги не отличаются между собой, а также все синие книги не отличаются между собой.

а) Один из представителей литературного клуба хочет расставить на пустой полке 8 красных и 2 синих книги так, чтобы синие книги не стояли рядом. Сколькими способами можно это сделать?

б) Президент литературного клуба хочет расставить на пустой полке 8 красных и 3 синих книги так, чтобы не все синие книги стояли рядом. Сколькими способами можно это сделать?

Переливание из первой ёмкости во вторую происходит до тех пор, пока либо первая ёмкость не станет пустой, либо вторая ёмкость не станет полной.

Пример: если две бутылки — на 4 и на 2 литра — заполнены водой наполовину, то при переливании из первой во вторую в первой останется 1 литр, а во второй станет 2 литра, а при переливании из второй в первую в первой станет 3 литра, а во второй ничего не останется.

В задачах 0, 1, 3 и 7 также можно заполнять любую ёмкость водой из реки и выливать воду из любой ёмкости обратно в реку.

0. (На разбор) Можно ли с помощью двух бутылок — на 5 и 3 литра — набрать из реки 1 литр воды?

1. а) Можно ли с помощью двух бутылок — на 7 и 3 литра — набрать из реки 5 литров воды?

б) Можно ли с помощью двух бутылок — на 9 и 6 литров — набрать из реки 4 литра воды?

2. Дано: пустая бутылка на 6 литров и полные воды бутылки на 5, 4 и 3 литра. Как с помощью переливаний сделать так, чтобы во всех бутылках стало поровну воды?

3. Дано: река и две бутылки — первая на 5 литров, а вторая то ли на 3, то ли на 4 литра. Как с помощью переливаний выяснить объём второй бутылки?

4. Дано: полная воды бутылка на 7 литров и пустые бутылки на 4 и 3 литра.

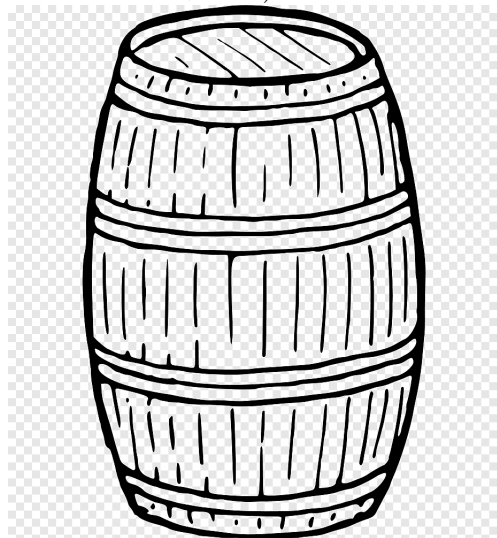
а) Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в двух бутылках осталось по 2 литра воды?

б) Можно ли это сделать за 6 переливаний?

в) Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в первой бутылке осталось 5 литров воды?

г) Можно ли это сделать за 5 переливаний?

5. Как из полной воды бочки на 492 литра отмерить 246 литров воды? (Кроме бочки, в этой задаче больше ничего не дано. С бочкой разрешается производить любые манипуляции, лишь бы она оставалась целой.)



Дополнительные задачи

6. Дано: две полных воды бутылки на 10 литров и две пустые бутылки на 5 и 4 литра. Как с помощью переливаний сделать так, чтобы в двух бутылках осталось по 2 литра воды?

7. Первая бутылка наполнена водой наполовину, а во второй остался 1 литр воды. Если переливать воду из первой бутылки во вторую, то в первой бутылке станет в два раза меньше воды, а во второй — в три раза больше. Как с помощью этих бутылок набрать из реки 7 литров воды?

8. На столе стоят восемь стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнивать объём воды в них, перелив часть воды из одного стакана в другой. Как уравнивать объём воды во всех восьми стаканах?