Учреждение образования «Республиканский институт контроля знаний»

ВНИМАНИЕ! *Фотографирование, копирование и распространение тестового материала влечет за собой административную ответственность.*

РТ–2019/2020 гг. Этап III

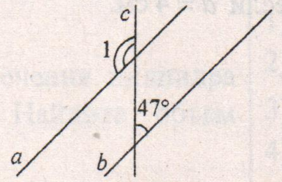
Математика

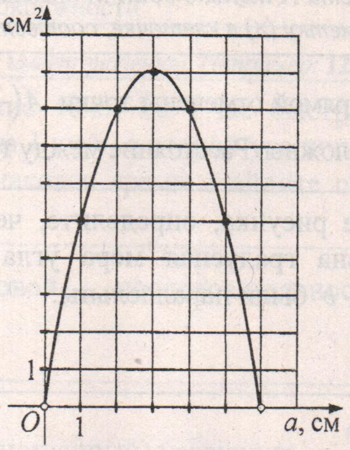
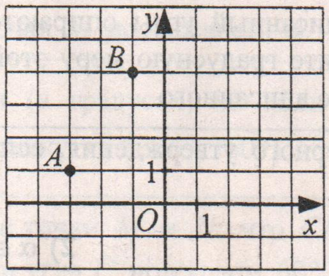
Вариант 1

Вариант содержит 32 задания и состоит из части А (20 заданий) и части В (12 заданий). На выполнение всех заданий отводится 180 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если какое-либо из них вызовет у Вас затруднение, перейдите к следующему. После выполнения всех заданий вернитесь к пропущенным. Не разрешается пользоваться калькулятором! Будьте внимательны! Желаем успеха!

Часть А

В каждом задании части А ***только один*** *из предложенных ответов является верным. В бланке ответов под номером задания поставьте метку (×) в клеточке, соответствующей номеру выбранного Вами ответа.*

А1	На координатной прямой отмечены точки $A(-32)$ и $B(x)$, координаты которых противоположны. Расстояние между точками A и B равно:	1) 0; 2) 32; 3) 16; 4) 64; 5) 96.
А2	Используя данные рисунка, определите, чему должна быть равна градусная мера угла 1, чтобы прямые a и b были параллельны. 	1) 120°; 2) 137°; 3) 133°; 4) 147°; 5) 107°.
А3	Укажите номер выражения, которое определяет, сколько килограммов в a т 3 ц.	1) $1000a+30$; 2) $300a$; 3) $100a+300$; 4) $100a+30$; 5) $1000a+300$.
А4	Определите, при каком из значений m, равных 2; 8; 5; 6; 1, верно неравенство $240:m<40$.	1) 2; 2) 8; 3) 5; 4) 6; 5) 1.
А5	Центральный и вписанный углы опираются на одну и ту же дугу окружности. Найдите градусную меру этой дуги, если центральный угол на 78° больше вписанного.	1) 168°; 2) 166°; 3) 102°; 4) 139°; 5) 156°.
А6	Укажите номер верного утверждения, если известно, что $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha<0$. **1)** $\alpha\in(180°;270°)$; **2)** $\alpha\in(0°;90°)$; **3)** $\alpha\in(90°;180°)$; **4)** $\alpha\in(45°;60°)$; **5)** $\alpha\in(270°;360°)$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
А7	Найдите значение выражения $6:\frac{5}{7}-1{,}1\cdot\frac{6}{11}$.	1) 7,8; 2) 8,2; 3) $-\frac{2}{7}$; 4) $\frac{2}{35}$; 5) 6,7.
А8	Для графика уравнения $x^2+(y+5)^2=25$ укажите номер верного утверждения. **1)** График проходит через точку $(-5;0)$; **2)** график пересекает ось Ox в двух точках; **3)** график пересекает прямую $y=5$; **4)** график проходит через начало координат; **5)** графиком уравнения является прямая.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

A9	Среди чисел 66; 63; 72; 75; 84 выберите то, которое при делении на 7 дает остаток 3.	1) 66; 2) 63; 3) 72; 4) 75; 5) 84.
A10	Результатом округления числа 1,8347 с точностью до тысячных является число:	1) 1,834; 2) 1,835; 3) 0,835; 4) 1,830; 5) 1,837.
A11	На рисунке изображен график зависимости площади S прямоугольника от длины a одной из его сторон. Определите длину (в сантиметрах) второй стороны прямоугольника, если $a = 4$ см. 	1) 8 см; 2) 16 см; 3) 2 см; 4) 4 см; 5) 12 см.
A12	Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt[6]{128a^{18}}$, если $a < 0$.	1) $2a^3\sqrt[6]{2}$; 2) $-2a^3\sqrt[6]{2}$; 3) $-2a^3\sqrt{2}$; 4) $-2a^3\sqrt[3]{2}$; 5) $2a^3\sqrt[3]{2}$.
A13	Точки A и B, расположенные в узлах сетки, являются вершинами треугольника ABC (см. рис.). Найдите периметр этого треугольника, если известно, что точки A и C симметричны относительно начала координат. 	1) $\sqrt{13}+5+2\sqrt{10}$; 2) $2\sqrt{13}+4$; 3) $\sqrt{13}+2+\sqrt{29}$; 4) $\sqrt{13}+\sqrt{41}+2\sqrt{10}$; 5) $\sqrt{13}+\sqrt{41}+2\sqrt{17}$.
A14	Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M. Найдите косинус угла BMD, если $AB = 16$, $CD = 19$, $BM = 6$, $BD = 6\sqrt{3}$.	1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{16}{19}$; 3) $\frac{17}{20}$; 4) $\frac{6}{7}$; 5) $\frac{3}{8}$.
A15	Укажите номер уравнения, сумма корней которого равна 6. 1) $2x^2-6x+3=0$; 2) $x^2+6x+10=0$; 3) $x^2+8x+6=0$; 4) $3x^2+2x-6=0$; 5) $x^2-6x+7=0$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

A16	Площадь прямоугольного треугольника равна 5, а длина медианы, проведенной к гипотенузе, равна m. Тогда сумма катетов a и b может выражаться формулой:	1) $a+b=2\sqrt{m^2+5}$; 2) $a+b=\sqrt{m^2-5}$; 3) $a+b=2\sqrt{m^2-5}$; 4) $a+b=2\sqrt{m+5}$; 5) $a+b=\sqrt{m^2+5}$.
A17	Укажите номера верных утверждений. 1) Число 10 является решением неравенства $\lg x>1$; 2) число 6 является решением неравенства $\frac{x-5}{5x^{10}+3}>0$; 3) число -1 является решением неравенства $x-4>\frac{2x-3}{2}$; 4) число -15 является решением неравенства $(x+15)^2>0$; 5) число 4 является решением неравенства $\frac{x-4}{x+3}\le 0$.	1) 1, 2; 2) 1, 3; 3) 3, 4; 4) 4, 5; 5) 2, 5.
A18	Высота цилиндра равна 8, а диагональ осевого сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем цилиндра.	1) 64; 2) 128π; 3) 128; 4) 64π; 5) 256π.
A19	Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{4x-7}{x+2}\ge\lvert x\rvert$.	1) -25; 2) -27; 3) -24; 4) -28; 5) -14.
A20	$SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида, все ребра которой равны $3\sqrt{2}$. Точка T – середина ребра SC, точка M лежит на прямой BC так, что точка B – середина отрезка MC. Через точки A, T, M проведена плоскость. Найдите сумму квадратов длин всех сторон сечения пирамиды плоскостью ATM.	1) 18; 2) 72; 3) 20; 4) 41; 5) 39.

Часть В

Ответы, полученные при выполнении заданий части В, запишите в бланке ответов. Каждую цифру и знак минуса (если число отрицательное) пишите в отдельной клеточке (начиная с первой) по образцам, указанным в бланке. В заданиях ***В3–В12*** *ответом должно быть некоторое целое число.*

B1 Функция задана формулой $f(x)=\log_3(x+3)$ на множестве $(-3;+\infty)$. Для начала каждого из предложений А–Г подберите его окончание 1–8 так, чтобы получилось верное утверждение.

Начало предложения	Окончание предложения
А) Сумма координат точки пересечения графика функции $y=f(x)$ с осью Oy равна:	1) 2.
Б) Нуль функции $y=f(x)$ равен:	2) 1.
	3) -2.
В) Если точка $A(a;2)$ принадлежит графику функции $y=f(x)$, то значение a равно:	4) 0.
	5) 6.
Г) Если точка $B(24;b)$ принадлежит графику функции $y=f(x)$, то значение b равно:	6) 9.
	7) 3.
	8) -3.

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Например: ***А1Б1В4Г3.***

B2

Выберите три верных утверждения.

1	если $ABCD$ – ромб, один из углов которого равен $120°$, то около ромба $ABCD$ можно описать окружность
2	если $ABCD$ – четырехугольник, у которого $AB = 12$, $BC = 15$, $CD = 9$, $AD = 7$, то в четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность
3	если $ABCD$ – четырехугольник, у которого $\angle A = 50°$, $\angle B = 110°$, $\angle C = 130°$, $\angle D = 70°$, то около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность
4	если $ABCD$ – трапеция, длины боковых сторон которой равны 5 и 11, а длина средней линии равна 8, то в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность
5	если все стороны четырехугольника $ABCD$ являются касательными к окружности, то четырехугольник $ABCD$ называется описанным около окружности
6	если все вершины четырехугольника $ABCD$ лежат на окружности, то четырехугольник $ABCD$ называется описанным около окружности

Ответ запишите цифрами (порядок записи цифр не имеет значения). Например: **124**.

B3

Первый велосипедист проезжает расстояние 48 км на 1 час быстрее, чем второй. Если бы первый велосипедист уменьшил скорость на 1 км/ч, а второй увеличил свою скорость на 25 %, то они затратили бы на тот же путь одинаковое время. Найдите скорость (в км/ч) каждого велосипедиста. В ответ запишите их сумму.

B4

Найдите наибольший член числовой последовательности (a_n), заданной формулой n-го члена $a_n = 243n - 4n^2$.

B5

Найдите сумму корней (корень, если он единственный) уравнения $\dfrac{6}{\sqrt{x}+4} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{4} = 3$.

B6

Найдите сумму всех целых решений неравенства $3^{3x+3} - 28 \cdot 9^x + 3^x \le 0$.

B7

В плоскости α лежат две взаимно перпендикулярные прямые. Расстояние от точки M, не лежащей в плоскости α, до каждой из этих прямых равно 12, а до точки пересечения прямых равно $2\sqrt{47}$. Найдите квадрат расстояния от точки M до плоскости α.

B8

Найдите произведение наименьшего корня (в градусах) на количество различных корней уравнения $1 - \sin 4x = (\cos 3x - \sin 3x)^2$ на промежутке $(-36°; 360°)$.

B9

На сторонах прямого угла C выбраны такие точки M и N, что $CM = 9$, $CN = 12$, а на луче, выходящем из точки C и проходящем внутри угла C под углом $60°$ к лучу CN, выбрана такая точка K, что $CK = 12$. Найдите значение выражения $(4\sqrt{3}+3) \cdot S$, где S – площадь треугольника MNK.

B10

Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $\log_{x-3}(2x^2 - 29x + 69) = 1$.

B11

Найдите такие целые числа n и m, чтобы $7n = 88 - 5m$, а сумма чисел n и m была наименьшей и положительной. В ответ запишите разность большего и меньшего из этих чисел.

B12

$SABC$ – правильная треугольная пирамида, все ребра которой равны. Медианы грани ABC пересекаются в точке O. Точка D лежит на ребре SC так, что $SD : DC = 1 : 5$. Найдите значение выражения $\dfrac{49}{\cos^2 \varphi}$, где φ – угол между прямыми AS и OD.