

РТ-2024/2025 гг. Этап III

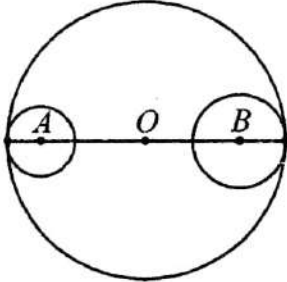
Математика

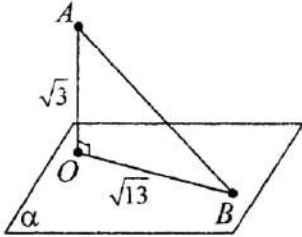
Вариант 1

Вариант содержит 30 заданий и состоит из части А (10 заданий) и части В (20 заданий). На выполнение всех заданий отводится 210 минут. Не разрешается пользоваться калькулятором! Будьте внимательны! Желаем успеха!

Часть А

В каждом задании части А, за исключением заданий А6 и А10, только один из предложенных ответов является верным. В заданиях А6 и А10 может быть два и более правильных ответа. В бланке ответов под номером задания поставьте метку (×) в клеточке, соответствующей номеру выбранного Вами ответа.

A1	Среди чисел $-0,5$; 2^{-1} ; $-0,2$; $-\sqrt{2}$; 2 укажите число, противоположное числу $\frac{1}{2}$.	1) $-0,5$; 2) 2^{-1} ; 3) $-0,2$; 4) $-\sqrt{2}$; 5) 2 .
A2	На рисунке изображены три окружности с центрами O , A , B , радиусы которых равны R , $\frac{R}{4}$, $\frac{R}{3}$ соответственно. Найдите длину отрезка AB , если $R=12$. 	1) 13; 2) 18; 3) 15; 4) 17; 5) 19.
A3	Укажите номер множества чисел, которое может являться областью определения нечетной функции. 1) $[-7; 7]$; 2) $(-6; 0) \cup (0; 6]$; 3) $[-5; 10]$; 4) $[-9; 2) \cup (2; 9]$; 5) $(-11; 0) \cup (0; 11)$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A4	Укажите номер показательного уравнения, корнем которого является число -2 . 1) $(0,3)^{x-6} = (0,3)^{6x+4}$; 2) $2^{2x} = 64$; 3) $(0,5)^{x^2+4} = 1$; 4) $16x + 35 = 3$; 5) $7^x = 11$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A5	Найдите значение выражения $\sqrt[3]{(-49)^7} - 5,25 - 6 $.	1) $-48,25$; 2) $-49,75$; 3) $-49,25$; 4) $-48,75$; 5) -50 .

A6	Укажите номера пар, состоящих из подобных одночленов. 1) $2ab^2$ и $-2a^2b$; 2) $\frac{1}{3}m$ и $-m^3$; 3) $5xy$ и $-0,2xy$; 4) -16 и $-16m$; 5) $-1,2c^8$ и $-8c^8$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A7	Юра, редактируя изображение шириной 27 см и высотой 36 см, уменьшил ширину изображения на 6 см так, что отношение ширины к высоте полученного после редактирования изображения не изменилось. Найдите высоту полученного изображения (в см).	1) 31 см; 2) 27 см; 3) 28 см; 4) 30 см; 5) 26 см.
A8	Найдите значение выражения $\operatorname{arccotg}\left(-\sqrt{3}\right)+\frac{\pi}{2}$.	1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{7\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{6}$; 4) $\frac{4\pi}{3}$; 5) $\frac{3\pi}{2}$.
A9	Из точки A, отстоящей на расстояние $\sqrt{3}$ от плоскости α, проведена наклонная AB (см. рис.). Проекция наклонной AB на плоскость α равна $\sqrt{13}$. Найдите косинус угла между наклонной AB и плоскостью α. 	1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{13}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{39}}{13}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
A10	Укажите номера верных утверждений. 1) Функция $f(x) = (\sqrt{3}-1)^x$ является возрастающей на области определения; 2) график функции $f(x) = 3^x$ пересекает прямую $y = 1$; 3) значение функции $f(x) = \log_{0,5} x$ меньше нуля при x, равном $\frac{2}{3}$; 4) функция $f(x) = \log_{2,02} x$ является возрастающей на области определения; 5) $f(3,5) > f(4,2)$, если $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Часть В

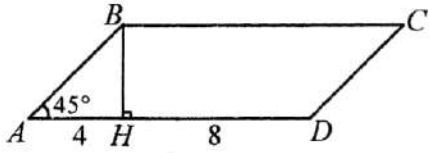
Ответы, полученные при выполнении заданий части В, запишите в бланке ответов. Каждую цифру и знак минуса (если число отрицательное) пишите в отдельной клеточке (начиная с первой) по образцам, указанным в бланке. В заданиях В3–В20 ответом должно быть некоторое целое число.

В1

Конус получен вращением равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей его катет, равный $\sqrt{21}$ (см. рис.). Для начала каждого из предложений А–В подберите его окончание 1–6 так, чтобы получилось верное утверждение.

Начало предложения	Окончание предложения
А) Диаметр основания конуса равен ...	1) 42.
Б) Площадь осевого сечения конуса равна ...	2) $22\sqrt{21}$.
В) Объем конуса, если в качестве числа π взято число Архимеда $\frac{22}{7}$, равен ...	3) $66\sqrt{21}$.
	4) 21.
	5) $2\sqrt{21}$.
	6) $\sqrt{21}$.

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Например: А1Б1В4.

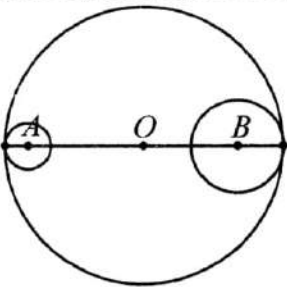
B2	Выберите верные утверждения. Ответ запишите цифрами (порядок записи цифр не имеет значения). Например: 123.	1	значение выражения $(-1)^{-5} \cdot (-2)^2$ равно -4
		2	значение выражения $8^{\frac{1}{3}} \cdot 12^0$ равно -2
		3	значение выражения $5^{-\frac{1}{7}} : 25^{-\frac{4}{7}}$ равно $0,2$
		4	значение выражения $4 - 64^{\frac{1}{3}}$ равно 8
		5	значение выражения $16^{-\frac{1}{4}}$ равно $0,5$
		6	значение выражения $2 \cdot 49^{0,5} + (2^{-1,5})^{-2}$ равно 22
B3	Первый диспетчер такси принял за день 155 заявок. Найдите наибольшее число заявок, принятых вторым диспетчером, если число заявок, принятых двумя диспетчерами вместе, не превосходит 300 и кратно 9.		
B4	На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$, в котором $\angle BAD = 45^\circ$, BH – высота, проведенная к стороне AD, $AH = 4$, $DH = 8$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$. 		
B5	Найдите значение выражения $x_0 - 4$, где x_0 – корень уравнения $\log_{81}(7-x) - 1\frac{1}{4} = 0$.		
B6	Найдите количество всех целых значений аргумента, при которых функция $f(x) = \frac{1}{12}(x-8)^2 - 3$ принимает отрицательные значения.		
B7	Найдите значение выражения $64 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{8}$.		
B8	Два дачных участка прямоугольной формы имеют одинаковую длину. Площадь первого участка равна 434 м^2, площадь второго участка равна 558 м^2. Найдите (в метрах) периметр второго участка, если известно, что в сумме ширина двух участков составляет 320 дм.		
B9	В арифметической прогрессии (a_n) четвертый, пятый и шестой члены имеют вид: $a_4 = -2x$; $a_5 = 15 - 3x$; $a_6 = 55 - 5x$. Найдите сумму тридцати первых членов этой арифметической прогрессии.		
B10	Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен $3\sqrt{2}$. Тупой угол равнобедренной трапеции равен 120°. Найдите значение выражения P^2, где P – периметр равнобедренной трапеции.		

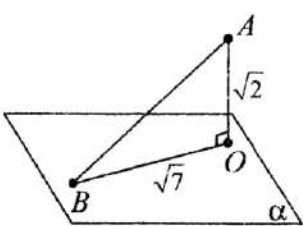
B11	Найдите сумму всех целых решений совокупности неравенств $\begin{cases} \frac{x-2}{7} < \frac{x+2}{2} - \frac{1}{14}, \\ (x-3)^2 + 5 < (x+2)^2 - 20 \end{cases}$ на промежутке $[-7; 7]$.
B12	Имеется 28 кг сплава меди с цинком, содержащего 34,5 % меди. Сколько меди (в граммах) необходимо добавить к этому сплаву, чтобы получить сплав, содержащий 60 % меди?
B13	Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{2x^2 + 11x - 14} = -x - 2$.
B14	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, у которого длина ребра равна $6\sqrt{3}$. Точки M и N являются серединами ребер AB и AD соответственно. Через точки M , N и C_1 проведена секущая плоскость. Найдите значение выражения $n \cdot a^2$, где n – количество вершин многоугольника, полученного в сечении, a – длина отрезка, по которому секущая плоскость пересекает грань $AA_1 D_1 D$.
B15	Найдите (в градусах) сумму различных корней уравнения $\sin 3x \cos 3x \cos 6x = -\frac{\sqrt{3}}{8}$ на промежутке $[-60^\circ; 0^\circ]$.
B16	Сфера касается всех сторон равнобедренного треугольника ABC , у которого длина основания AC равна 10 и длина боковой стороны AB равна 11. Расстояние от центра сферы до плоскости треугольника ABC равно $\frac{5\sqrt{42}}{4}$. Найдите значение выражения $\frac{S}{\pi}$, где S – площадь сферы.
B17	Найдите сумму всех целых решений неравенства $\log_{\lg 8}(8-x) - \log_{\lg 8}(x-4) \geq 0$.
B18	Найдите произведение наименьшего целого решения на количество всех целых решений неравенства $(\sqrt{2}-1)^{\frac{(x+9)^2(3-x)}{x-6}} \leq 1$.
B19	Дана функция $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x+5}$. Найдите значение выражения $a \cdot n$, где a – наименьшее целое число из промежутков убывания данной функции, n – количество всех целых чисел из промежутков убывания данной функции.
B20	В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна 8 и один из острых углов равен 60° . Каждая боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом, равным $\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{5}}{2}$. Найдите значение выражения $(3\sqrt{5} + \sqrt{15}) \cdot V$, где V – объем данной пирамиды.

Вариант содержит 30 заданий и состоит из части А (10 заданий) и части В (20 заданий). На выполнение всех заданий отводится 210 минут. Не разрешается пользоваться калькулятором! Будьте внимательны! Желаем успеха!

Часть А

В каждом задании части А, за исключением заданий А6 и А10, только один из предложенных ответов является верным. В заданиях А6 и А10 может быть два и более правильных ответа. В бланке ответов под номером задания поставьте метку (×) в клеточке, соответствующей номеру выбранного Вами ответа.

A1	Среди чисел 5 ; $-0,2$; $-\sqrt{5}$; $-0,5$; 5^{-1} укажите число, противоположное числу $\frac{1}{5}$.	1) 5 ; 2) $-0,2$; 3) $-\sqrt{5}$; 4) $-0,5$; 5) 5^{-1} .
A2	На рисунке изображены три окружности с центрами O , A , B , радиусы которых равны R , $\frac{R}{6}$, $\frac{R}{3}$ соответственно. Найдите длину отрезка AB , если $R=18$. 	1) 19 ; 2) 24 ; 3) 21 ; 4) 31 ; 5) 27 .
A3	Укажите номер множества чисел, которое может являться областью определения четной функции. 1) $(-10; 3) \cup (3; 10)$; 2) $[-8; 8]$; 3) $[-12; 0) \cup (0; 12]$; 4) $(-5; 0) \cup (0; 5]$; 5) $[-7; 14]$.	1) 1 ; 2) 2 ; 3) 3 ; 4) 4 ; 5) 5 .
A4	Укажите номер показательного уравнения, корнем которого является число -3 . 1) $2^x = 5$; 2) $(0,5)^{x-2} = (0,5)^{3x+4}$; 3) $3^{2x} = 81$; 4) $(0,3)^{x^2+9} = 1$; 5) $15x + 47 = 2$.	1) 1 ; 2) 2 ; 3) 3 ; 4) 4 ; 5) 5 .
A5	Найдите значение выражения $\sqrt[3]{(-52)^7} - 4,36 - 5 $.	1) $-52,64$; 2) $-51,36$; 3) $-51,64$; 4) -53 ; 5) $-52,36$.

A6	Укажите номера пар, состоящих из подобных одночленов. 1) $-1,4x^9$ и $-9x^9$; 2) $3m^2n$ и $-3mn^2$; 3) -12 и $-12c$; 4) $2ab$ и $-0,5ab$; 5) $\frac{1}{6}z$ и $-z^6$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A7	Юра, редактируя изображение шириной 28 см и высотой 35 см, уменьшил ширину изображения на 8 см так, что отношение ширины к высоте полученного после редактирования изображения не изменилось. Найдите высоту полученного изображения (в см).	1) 28 см; 2) 23 см; 3) 24 см; 4) 25 см; 5) 27 см.
A8	Найдите значение выражения $\operatorname{arccotg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi$.	1) $\frac{5\pi}{3}$; 2) 3π; 3) $\frac{5\pi}{6}$; 4) $\frac{2\pi}{3}$; 5) $\frac{11\pi}{6}$.
A9	Из точки A, отстоящей на расстояние $\sqrt{2}$ от плоскости α, проведена наклонная AB (см. рис.). Проекция наклонной AB на плоскость α равна $\sqrt{7}$. Найдите косинус угла между наклонной AB и плоскостью α. 	1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{14}}{7}$; 3) $\frac{\sqrt{7}}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$.
A10	Укажите номера верных утверждений. 1) $f(\sqrt{3}) > f(\sqrt{2})$, если $f(x) = \log_5 x$; 2) функция $f(x) = (\sqrt{5} - 2)^x$ является убывающей на области определения; 3) функция $f(x) = \log_{0,33} x$ является возрастающей на области определения; 4) значение функции $f(x) = \log_{1,5} x$ меньше нуля при x, равном $\frac{3}{7}$; 5) график функции $f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ пересекает прямую $y = -1$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Часть В

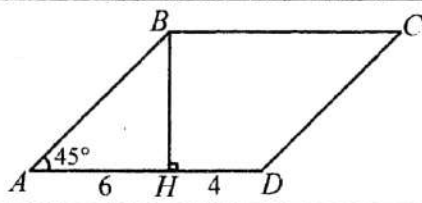
Ответы, полученные при выполнении заданий части В, запишите в бланке ответов. Каждую цифру и знак минуса (если число отрицательное) пишите в отдельной клеточке (начиная с первой) по образцам, указанным в бланке. В заданиях В3–В20 ответом должно быть некоторое целое число.

В1

Конус получен вращением равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей его катет, равный $\sqrt{42}$ (см. рис.). Для начала каждого из предложений А–В подберите его окончание 1–6 так, чтобы получилось верное утверждение.

Начало предложения	Окончание предложения
А) Диаметр основания конуса равен ...	1) $132\sqrt{42}$.
Б) Площадь осевого сечения конуса равна ...	2) $2\sqrt{42}$.
В) Объем конуса, если в качестве числа π взято число Архимеда $\frac{22}{7}$, равен ...	3) $44\sqrt{42}$.
	4) 84.
	5) $\sqrt{42}$.
	6) 42.

Ответ запишите в виде сочетания букв и цифр, соблюдая алфавитную последовательность букв левого столбца. Помните, что некоторые данные правого столбца могут использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Например: А1Б1В4.

В2	Выберите верные утверждения. Ответ запишите цифрами (порядок записи цифр не имеет значения). Например: 123.	1	значение выражения $4^{-\frac{1}{9}} : 16^{-\frac{5}{9}}$ равно 0,25
		2	значение выражения $625^{-\frac{1}{4}}$ равно 0,2
		3	значение выражения $3 - 27^{\frac{1}{3}}$ равно 6
		4	значение выражения $3 \cdot 36^{0,5} + (2^{-1,5})^{-2}$ равно 26
		5	значение выражения $64^{\frac{1}{3}} \cdot 15^0$ равно -4
		6	значение выражения $(-1)^{-7} \cdot (-3)^2$ равно -9
В3	Первый диспетчер такси принял за день 127 заявок. Найдите наибольшее число заявок, принятых вторым диспетчером, если число заявок, принятых двумя диспетчерами вместе, не превосходит 320 и кратно 9.		
В4	На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$, в котором $\angle BAD = 45^\circ$, BH – высота, проведенная к стороне AD , $AH = 6$, $DH = 4$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.		
В5	Найдите значение выражения $x_0 - 8$, где x_0 – корень уравнения $\log_{64}(6 - x) - 1\frac{1}{6} = 0$.		
В6	Найдите количество всех целых значений аргумента, при которых функция $f(x) = \frac{1}{7}(x - 9)^2 - 7$ принимает отрицательные значения.		
В7	Найдите значение выражения $50 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.		
В8	Два дачных участка прямоугольной формы имеют одинаковую длину. Площадь первого участка равна 432 м^2 , площадь второго участка равна 594 м^2 . Найдите (в метрах) периметр первого участка, если известно, что в сумме ширина двух участков составляет 380 дм.		
В9	В арифметической прогрессии (a_n) пятый, шестой и седьмой члены имеют вид: $a_5 = 16 - 2x$; $a_6 = 68 - 4x$; $a_7 = -2x$. Найдите сумму тридцати первых членов этой арифметической прогрессии.		
В10	Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен $3\sqrt{6}$. Тупой угол равнобедренной трапеции равен 120° . Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \cdot P$, где P – периметр равнобедренной трапеции.		

B11	Найдите сумму всех целых решений совокупности неравенств $\begin{cases} \frac{x-1}{5} < \frac{x+1}{3} - \frac{1}{15}, \\ (x-4)^2 + 7 < (x+3)^2 - 14 \end{cases}$ на промежутке $[-8; 8]$.
B12	Имеется 26 кг сплава меди с оловом, содержащего 62,5 % меди. Сколько меди (в граммах) необходимо добавить к этому сплаву, чтобы получить сплав, содержащий 80 % меди?
B13	Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{2x^2 + 12x - 7} = -x - 3$.
B14	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, у которого длина ребра равна $6\sqrt{5}$. Точки M и N являются серединами ребер BC и DC соответственно. Через точки M , N и A_1 проведена секущая плоскость. Найдите значение выражения $n \cdot a^2$, где n – количество вершин многоугольника, полученного в сечении, a – длина отрезка, по которому секущая плоскость пересекает грань $BB_1 C_1 C$.
B15	Найдите (в градусах) сумму различных корней уравнения $\sin 5x \cos 5x \cos 10x = -\frac{\sqrt{3}}{8}$ на промежутке $[-35^\circ; 0^\circ]$.
B16	Сфера касается всех сторон равнобедренного треугольника ABC , у которого длина основания AC равна 10 и длина боковой стороны AB равна 15. Расстояние от центра сферы до плоскости треугольника ABC равно $\frac{\sqrt{78}}{2}$. Найдите значение выражения $\frac{S}{\pi}$, где S – площадь сферы.
B17	Найдите сумму всех целых решений неравенства $\log_{\lg 6} (9-x) - \log_{\lg 6} (x-3) \geq 0$.
B18	Найдите произведение наименьшего целого решения на количество всех целых решений неравенства $(\sqrt{3}-1)^{\frac{(x+7)^2(5-x)}{x-9}} \leq 1$.
B19	Дана функция $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x+4}$. Найдите значение выражения $a \cdot n$, где a – наименьшее целое число из промежутков убывания данной функции, n – количество всех целых чисел из промежутков убывания данной функции.
B20	В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна 12 и один из острых углов равен 60° . Каждая боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом, равным $\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите значение выражения $(3\sqrt{2} + \sqrt{6}) \cdot V$, где V – объем данной пирамиды.